

## Beleggings- en Portefeuilletheorie

### Tentamen 14 januari 2004

#### Met oplossingen

- Een markt heeft uitsluitend risicoaverse beleggers met *mean/variance* voorkeuren. De marktportefeuille heeft in evenwicht een verwacht rendement  $Er_m = 12\%$  en een standaarddeviatie  $\sigma_m = 15\%$ . De risicovrije rente is  $r_f = 6\%$ . Wat kan men zeggen over de gemiddelde coëfficiënt van risicoaversie,  $\bar{A}$ , in deze markt?
  - Risicoaversie is een begrip dat alleen betrekking heeft op individuele beleggersvoorkeuren; de markt zelf is echter altijd risiconeutraal, dus  $\bar{A} = 0$ .
  - Deze waarde is per definitie altijd  $\bar{A} = 1$  (omdat  $M$  het raakpunt is van de optimale CAL).
  - $\bar{A} = 1,33$
  - $\bar{A} = 2,67$
  - $\bar{A} = 4,00$

De markt is dan per definitie optimaal 100% belegd in de marktportefeuille, of  $y = 1$  is de oplossing van

$$\max_y yEr_m + (1 - y)r_f - 0,005\bar{A}y^2\sigma_m^2$$

De afgeleide hiervan moet dus met  $y = 1$  gelijk aan nul zijn, of

$$\bar{A} = \frac{Er_m - r_f}{0,01y\sigma_m^2} = \frac{12 - 6}{(0,01)(1)(15)^2} = 2,67$$

- Welke van de volgende uitspraken betreffende de moderne portefeuilletheorie is juist?
  - De vermogensallocatielij (CAL) is uniek.
  - De effectenmarktl (SML) wordt bepaald door de Sharpe ratio.
  - Beleggers die geld lenen om daarmee in hoogst riskante aandelen te beleggen zijn risicozoekers.
  - Beleggers die uitsluitend in de marktportefeuille beleggen zijn risiconeutraal.
  - Beleggers met diverse risicoattitudes beleggen toch in dezelfde risico-dragende portefeuille.

Antwoord (e) is goed, de scheidingseigenschap (separation property) waarbij beleggers in dezelfde raakportefeuille beleggen.

De CAL is niet uniek, bij voorbeeld als beleggers verschillen in belastingtarief (zie ook vraag 1 uit huiswerk no. 3). De SML wordt niet door de Sharpe-ratio bepaald, wel door de Treynor-ratio. Beleggers hoeven geen risicozoekers te zijn om met geleend geld in riskante aandelen te beleggen, een lage risicoaversiteit is daarvoor voldoende. Beleggers die niet oneindig angsthazig zijn beleggen alle volgens de separatie-eigenschap gedeeltelijk in de marktportefeuille, risiconeutraliteit is daarvoor niet nodig.

- Deze vraag betreft de zero-beta versie van het CAPM. Volgens deze theorie
  - bestaat er een unieke zero-beta portefeuille.

- (b) is er een lineair verband tussen verwacht rendement en bèta.
- (c) hebben effecten met positieve bèta's verwachte rendementen die hoger zijn dan de rente op bankleningen.
- (d) hebben effecten met negatieve bèta's verwachte rendementen die lager zijn dan de rente op bankdeposito's.
- (e) zijn zowel antwoorden (c) als (d) goed.

Alleen antwoord (b) is correct. Elke portefeuille op de grenscurve heeft een bijbehorende zero-beta portefeuille (volgens de Black-constructie); er is dus geen unieke zero-beta portefeuille. Verwachte rendementen hangen, naast bèta, ook af van de verwachte rendementspremie op de markt, antwoorden (c) en (d) zijn dus niet op die stellige manier altijd waar.

4. Stel dat een index model als volgt is geschat voor twee aandelen A en B,

$$\begin{aligned}r_a &= 5 + 0,5r_m + \epsilon_a \\r_b &= 6 + 1,3r_m + \epsilon_b\end{aligned}$$

met  $\sigma_m = 25\%$ ,  $\sigma_{\epsilon_a} = 20\%$  en  $\sigma_{\epsilon_b} = 10\%$ .

Wat is de covariantie  $\sigma_{ab}$  tussen de twee aandelen?

- (a) 384,75
- (b) 406,25
- (c) 1625,81
- (d) 1536,59
- (e) 2190,13

Deze covariantie volgt uit

$$\begin{aligned}\sigma_{ab} &= \beta_a \beta_b \sigma_m^2 \\ &= (0,5)(1,3)(25)^2 \\ &= 406,25.\end{aligned}$$

Deze berekeningsmethode is een van de redenen om een indezmodel te gebruiken, omdat het schattingswerk van alle covarianties in een beleggingsuniversum daarmee lineair toeneemt met het aantal beleggingen, en niet kwadratisch.

5. Stel dat een 2-factor APT-model de verwachte rendementen van aandelen in evenwicht correct bepaalt. De volgende gegevens zijn bekend voor de factorcoëfficiënten  $b_{1i}$  en  $b_{2i}$  en voor het verwachte rendement  $Er_i$  voor aandelen  $i = 1, 2, 3, 4$ :

$i$	$b_{1i}$	$b_{2i}$	$Er_i$ (%)
1	1,0	2,0	19
2	2,0	0,0	12
3	1,5	0,5	13
4	0,0	1,0	11

Wat is de risicovrije rente in deze markt?

- (a) 5,0%
- (b) 5,5%
- (c) 6,0%
- (d) 6,5%

(e) Dit is niet uit de gegevens op te maken.

De APT-relatie luidt

$$Er_i = r_f + b_{1i}\lambda_1 + b_{2i}\lambda_2$$

We hebben hierin drie onbekenden, en wel vier vergelijkingen; dat moet dus op te lossen zijn, als daar drie lineair onafhankelijke vergelijkingen bij zitten. We gebruiken vergelijkingen  $i = 2$  en  $i = 4$  om  $\lambda_1 = (12 - r_f)/2$  en  $\lambda_2 = 11 - r_f$  in de gevraagde  $r_f$  uit te drukken. Als we hiervoor substitueren in vergelijking  $i = 1$  of  $i = 3$ , dan kunnen we oplossen voor  $r_f = 6,0\%$  (klopt in beide gevallen). Dus antwoord (c).

6. Stel dat portefeuilles  $A$  and  $B$  dezelfde verwachte rendementspremie hebben, en ook dezelfde variantie.  $A$  is een goed-gediversifieerde portefeuille, maar  $B$  is dat niet. Wat kun je zeggen over de relatieve aantrekkelijkheid van deze twee portefeuilles?
- $A$  is aantrekkelijker want beter gediversifieerd dan  $B$ .
  - $A$  is aantrekkelijker dan  $B$  volgens de Treynor maatstaf.
  - $B$  is aantrekkelijker dan  $A$  volgens de  $M^2$  maatstaf.
  - $B$  is aantrekkelijker dan  $A$  volgens de Jensen's alpha.
  - $A$  en  $B$  zijn even aantrekkelijk voor beleggers met *mean-variance* voorkeuren.

Zelfde variantie betekent dat  $B$  minder systematisch risico heeft, dus een lagere bèta dan  $A$ . Zelfde verwachte rendement(spremie) betekent dat  $B$  een hogere Jensen's alpha heeft. Dat maakt  $B$  in het algemeen een aantrekkelijker belegging dan  $A$ , je ontvangt er gegeven het systematische risico een hoger verwacht rendement voor. Antwoord (b) zegt het tegengestelde en is dus fout.

Antwoorden (c) en (e) hebben alleen betekenis indien er een *additionele* aanname is dat beleggers alleen in  $A$  of in  $B$  mogen beleggen—antwoord (c) klopt dan niet, en antwoord (e) wel. Deze aanname stond echter niet in de vraagstelling. Antwoord (a) verwacht oorzaak en gevolg: een optimale portefeuille zal over het algemeen gediversifieerd zijn, maar dat betekent nog niet dat elke gediversifieerde portefeuille altijd aantrekkelijker is dan een minder gediversifieerd fonds.

7. De beleggingsmethode van het *dollar-cost averaging* schrijft voor dat nieuw-ingeleigde bedragen regelmatig over de tijd worden gespreid, bij voorbeeld maandelijks een constant bedrag van €1000. Is deze strategie aan te raden?
- Nee, omdat deze strategie niet verenigbaar is met de Efficiënte Markt Hypothese.
  - Ja, want beleggers genieten daarmee een extra mate van diversificatie die bekend staat als *time diversification*.
  - Ja, want deze strategie leidt per definitie tot succesvolle *market timing*: in een lage markt koopt men immers automatisch meer aandelen, die extra vermogensaan groei opleveren zodra de markt weer aantrekt.
  - Ja, want op deze manier doet men systematisch aan vermogensopbouw, terwijl in een efficiënte markt de timing niet van belang is.
  - Nee, want zo'n "blinde" strategie houdt geen rekening met toekomstverwachtingen; de kans is dan groot dat je overgewaardeerde aandelen koopt.

In een efficiënte markt is de timing van beleggingen niet belangrijk—dus antwoord (d).

8. Voor aandelen  $A$  en  $B$ , alsmede voor de marktportefeuille  $M$ , zijn de verwachte rendementspremies, de standaarddeviaties en de bèta's als volgt gegeven:

Aandeel	$Er - r_f$	$\sigma$	$\beta$
A	0,07	0,15	0,5
B	0,04	0,05	0,3
M	0,13	0,20	1,0

Met betrekking tot de effectenmarktlijn (SML) is duidelijk dat

- een gelijkgewogen portefeuille van  $A$  en  $B$  te laag is geprijsd.
- een gelijkgewogen portefeuille van  $A$  en  $B$  te hoog is geprijsd.
- een gelijkgewogen portefeuille van  $A$  en  $B$  correct is geprijsd.
- geen van de antwoorden (a), (b) of (c) kan worden vastgesteld omdat de risicovrije rente niet is gegeven.
- er een arbitragemogelijkheid is.

Er is sprake van correcte prijsvorming indien  $A$ ,  $B$  en  $M$  alle op dezelfde rechte lijn (SML) liggen. Dat is het geval indien alle Treynor ratio's  $(Er - r_f)/\beta$  hetzelfde zijn voor  $A$ ,  $B$  en  $M$ . Bij  $A$  is deze ratio  $0,07/0,5 = 0,14$ ; bij  $B$  is dit  $0,04/0,3 = 0,1333$ ; en voor  $M$  is dit  $0,13/1 = 0,1300$ .

Zowel  $A$  als  $B$  liggen te hoog, zijn dus te laag geprijsd. Ook een gelijkgewogen portefeuille van  $A$  en  $B$  is dus te laag geprijsd, antwoord (a). Dit geeft echter geen mogelijkheid tot arbitrage, omdat niets gegeven is over het unieke risico van  $A$  en  $B$ .

9. Verwachte rendementen en bèta's met betrekking tot de marktportefeuille zijn als volgt gegeven voor drie portefeuilles:

Portf.	$Er$ (%)	$\beta$
A	10	1,0
B	12	1,1
C	13	1,2

Aangenomen dat deze informatie correct is, wat kun je hieruit concluderen? N.B. Een *risicoarbitrage* heeft nog wel uniek risico, en dus een *verwachte* positieve opbrengst op een nulinvestering.

- Een risicoarbitrage is mogelijk indien het marktmodel (*single-factor model*) van toepassing is.
- Een risicoarbitrage is mogelijk indien het 1-factor APT-model van toepassing is.
- Een risicoarbitrage is niet mogelijk indien de drie portefeuilles alle goedgediversifieerd zijn.
- Een risicoarbitrage is niet mogelijk indien een multi-factor APT-model van toepassing is.
- Antwoorden (a) en (b) zijn beide correct.

Een portefeuille bestaande uit  $w_b = 1$  (long) en  $w_a = w_c = -0,5$  (short) heeft geen  $\beta$ -risico, vergt geen netto investering, en heeft een verwacht rendement van 0,5% op het long bedrag. Dit is een risicoarbitrage omdat moet worden aangenomen dat portefeuilles  $A$ ,  $B$  en  $C$  niet gediversifieerd zijn (het omgekeerde is een specialistische aanname), en dus de bovenstaande investering ook niet. Antwoorden (c) en (d) vallen dus af.

Een 1-factor APT-model is een speciale versie van een marktmodel, waarin (risico)arbitrage wordt uitgesloten. Antwoord (b) is dus fout. Dat laat antwoord (a) als het juiste antwoord.

10. De cum-dividend dagkoers van een aandeel is €30; de volgende dag zal het aandeel ex-dividend noteren van een dividend van €0,50/aandeel. Er worden de rest van het jaar geen verdere dividenden verwacht.

Europese call- en putopties op dit aandeel met dezelfde uitoefenprijs  $X = 28$  en looptijd  $T = 1$  jaar noteren premies van respectievelijk  $C = 4,50$  en  $P = 2,00$ . Er kan worden geleend en belegd tegen een risicovrije rente van 6% per jaar.

Welke van de volgende 1-jarige strategieën beschrijft een arbitrage?

- Koop een call en een put, verkoop het aandeel, betaal het dividend, en leen er geld bij.
- Koop een call, schrijf een put, short een aandeel, betaal het dividend, en zet de netto kasstroom op deposito.
- Schrijf een call, koop een put, koop het aandeel, ontvang het dividend, en leen er de ontbrekende netto kasstroom bij.
- Schrijf een call en een put, koop het aandeel, ontvang het dividend, en leen er de ontbrekende kasstroom bij.
- Geen van de andere antwoorden is een arbitragestrategie.

We gebruiken de put-call pariteitsrelatie,  $C - P = S^* - PV[X]$ , waarin de dividend-gecorrigeerde dagkoers  $S^* = 30 - 0,50 = 29,50$ . We zien dat  $C - P = 4,50 - 2,00 = 2,50$  en  $S^* - PV[X] = 29,50 - 28/1,06 = 3,08$ . Het is duidelijk dat we long moeten gaan in  $C - P$  en short in  $S^* - PV[X]$ , dus een call kopen en een put schrijven; het aandeel shorten en daarop het dividend betalen; en  $PV[X]$  op deposito zetten, antwoord (b).

De short positie wordt na een jaar afgesloten met het aandeel dat met een van de opties wordt aangeschaft tegen de opbrengst van het deposito. De contante arbitragewinst is dus het verschil  $3,08 - 2,50 = 0,58$ .

11. De short forwardtermijnstructuur voor toekomstige jaren is als volgt gegeven:

Jaar	$f_t$ %
1	6,15
2	6,35
3	6,15
4	6,35
5	6,15

Wat is over een jaar volgens de verwachtingshypothese de 3-jarige spot yield?

- 6,19%
- 6,22%
- 6,25%
- 6,28%
- 6,35%

We leiden een paar huidige discontofactoren als volgt af uit de short forward-functie,

$$\delta_1 = \frac{1}{1,0615} = 0,9421$$

$$\delta_4 = \frac{1}{(1,0615)(1,0635)(1,0615)(1,0635)} = 0,7847$$

De volgend jaar volgens de hypothese verwachte 3-jarige discountfactor is per definitie

$$\phi_3 = \delta_4 / \delta_1 = 0,7847 / 0,9421 = 0,8329$$

De bijbehorende verwachte spot yield is

$$\left( \frac{1}{0,8329} \right)^{1/3} - 1 = 0,0628$$

of 6,28%, antwoord (d).

12. Waarom wordt in de bekende 1ste-orde Taylorbenadering van de verandering in een obligatieprijs,

$$\Delta P \approx -D^* P \Delta y$$

de *modified* duration  $D^*$  gebruikt?

- (a) Omdat die modificatie volgt uit de afgeleide van de obligatieprijs naar de yield (effectief rendement) daarvan.
- (b) Omdat modified duration kan worden berekend zonder kennis van de termijnstructuur (spot-yieldfunctie).
- (c) Omdat de bondhandelaren hebben vastgesteld dat die modificatie beter rekening houdt met het verschil tussen obligatietheorie en -praktijk.
- (d) Het maakt weinig verschil in het beheer van portefeuilles, zolang men maar consistent is in het al of niet gebruiken van de modificatie.
- (e) Omdat anders arbitragewinsten mogelijk zijn met elkaar opheffende long en short posities met dezelfde duration.

Antwoord (a), per definitie.

13. Een bedrijf betaalt jaarlijks 10% rente op een obligatielening van nominaal €10 miljoen met resterende looptijd van vijf jaar. De treasurer van het bedrijf wenst deze jaarlijkse renteverplichting om te zetten in het dubbele van de 1-jarige EURIBOR rente. De huidige vijfjarige swaprente tegen 1-jarig EURIBOR is 4%; de huidige 5-jarige annuïteitsfactor is 4,50.

Welke eenmalige bijbetaling is nodig voor deze gewenste *off-market* swap?

- (a) Het bedrijf moet €2,7 miljoen bijbetalen.
- (b) De tegenpartij moet €2,7 miljoen bijbetalen.
- (c) Het bedrijf moet €0,9 miljoen bijbetalen.
- (d) De tegenpartij moet €0,9 miljoen bijbetalen.
- (e) De partijen kunnen hierover geen overeenstemming bereiken.

Als het bedrijf twee renteswaps aangaat met elk een onderliggend notional bedrag van €10 miljoen, dan moet het daarop jaarlijks  $2 \times$  EURIBOR betalen, en ontvangt het jaarlijks  $2 \times 4 = 8\%$  fixed rente. De ontbrekende fixed 2% heeft een contante waarde van  $(0,02)(10)(4,5) = 0,9$  miljoen euro, die het bedrijf aan de tegenpartij moet betalen, antwoord (c).

14. Een valutahandelaar ziet op haar scherm de volgende midrate wisselkoersen voor het pond sterling (£/€): 0,7013 spot en 0,7043 3-maands forward; transactiekosten bedragen 0,0005 spot en 0,0010 forward. De 3-maandse rente in Londen is 4,6% (APR, op simpele jaarbasis). Wat kan men daaruit concluderen voor de 3-maandse rente (APR) in Euroland?

- (a) Mag hoogstens 2,02% zijn.
- (b) Moet tussen 2,02% en 3,74% liggen.

- (c) Moet tussen 2,59% en 3,74% liggen.
- (d) Moet minstens 2,59% zijn.
- (e) Niets, de EU rente wordt bepaald door de ECB.

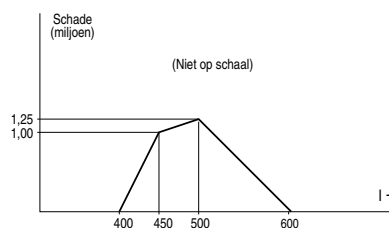
Lenen van €1 in EU vereist een terugbetaling van  $1 + r/4$  euro's. Via Londen lenen we €1 als  $0,7013 + 0,0005 = 0,7018$  ponden, met aflossing  $(0,7018)(1 + 0,046/4) = 0,7099$  ponden. Dit bedrag wordt afgedekt als  $0,7099 / (0,7043 - 0,0010) = 1,0093$  euro's. Arbitragewinsten zijn dan uitgesloten zolang de EU rente dan hoogstens  $r = (4)(0,0093) = 0,0374$  of 3,74% (APR) is.

Omgekeerd kunnen we €1 via Londen als  $0,7013 - 0,0005 = 0,7008$  ponden beleggen, wat na 3 maanden  $(0,7008)(1 + 0,046/4) = 0,7089$  ponden opbrengt. Dit bedrag wordt afgedekt als  $0,7089 / (0,7043 + 0,0010) = 1,0050$  euro's—waaruit volgt dat arbitragewinsten zijn uitgesloten als de EU rente minstens  $r = (4)(0,0050) = 0,0202$  of 2,02% (APR) is.

15. Stel dat een futurescontract wordt verhandeld op een onderliggend actief waarvoor het aanhouden van een voorraad kosten met zich brengt voor opslag en beveiliging. Is het mogelijk dat de futuresprijs in dat geval lager is dan de dagprijs van het actief?
- (a) Ja, als die kosten maar groter zijn dan de rentekosten.
  - (b) Nee, omdat die kosten samen met de rentekosten de futuresprijs vergeleken met de dagkoers alleen maar doen toenemen.
  - (c) Ja, want futuresprijzen zijn nooit gelijk aan de forwardprijzen waarop het *cost-of-carry* model is gebaseerd.
  - (d) Nee, want dan zou men, alleen maar door te wachten, met zekerheid een lagere prijs voor het actief hoeven te betalen (de houder draait immers op voor de kosten).
  - (e) Ja, indien het aanhouden van een voorraad een positief netto rendement oplevert, bij voorbeeld een premie op onmiddellijke levering.

De beroemde *cost-of-carry* relatie richt zich op de werkelijk gemaakte kosten, waaronder ook rentekosten, van het aanhouden van een voorraad—deze doen altijd een forward- of futuresprijs toenemen. Maar soms kan men ook een bijkomend voordeel halen uit een aanwezige voorraad indien een premie kan worden bedongen voor onmiddellijke levering—op z'n Engels een *convenience yield*. Dit kan worden beschouwd als “negatieve kosten”, die dus de forward- of futuresprijs kunnen doen afnemen. Als dit laatste effect sterker is dan de *cost-of-carry*, dan zal de futuresprijs lager uitvallen dan de dagprijs van het actief. Dat was het geval met het in huiswerk 5 bestudeerde zilvercontract. Antwoord (e) voldoet hieraan het beste.

16. De actuaire van een verzekeringsmaatschappij heeft vastgesteld dat schadevergoedingen over  $T = 6$  maanden als volgt zullen samenhangen met de stand van de marktindex  $I_T$  op dat tijdstip:



Er is een markt voor 6-maandse call- en putopties op de index met uitoefenprijzen van 400, 450, 500, 550 en 600; elke optie heeft als onderliggende waarde  $100 \times$  de index in euro's. Welke van de volgende optieposities geeft een perfecte dekking van de verwachte schade?

- (a) 200 gekochte calls met  $X = 400$ ; 150 geschreven calls met  $X = 450$ ; 175 geschreven calls met  $X = 500$ ; en 125 gekochte calls met  $X = 600$ .
- (b) 200 geschreven calls met  $X = 400$ ; 150 gekochte calls met  $X = 450$ ; 175 gekochte calls met  $X = 500$ ; en 125 geschreven calls met  $X = 600$ .
- (c) 50 gekochte calls en 150 geschreven puts met  $X = 400$ ; 50 geschreven calls en 100 gekochte puts met  $X = 450$ ; 75 geschreven calls en 100 gekochte puts met  $X = 500$ ; en 50 gekochte calls en 75 geschreven puts met  $X = 600$ .
- (d) 50 geschreven calls en 150 gekochte puts met  $X = 400$ ; 50 gekochte calls en 100 geschreven puts met  $X = 450$ ; 75 gekochte calls en 100 geschreven puts met  $X = 500$ ; en 50 geschreven calls en 75 gekochte puts met  $X = 600$ .
- (e) De gevraagde dekking kan niet uitsluitend met opties worden gedaan, daarvoor is (volgens put/call-pariteit) ook beleggen of lenen tegen de risicovrije rentevoet nodig.

Dit kan worden opgelost zonder enige berekeningen! Elke keer dat er een convexe knik is in het schadeprofiel (de lijn wordt steiler of roteert linksom) is er sprake van een long (gekochte) callpositie met uitoefenprijs gelijk aan de knik. En omgekeerd, een short (geschreven) callpositie bij een concave knik. We zoeken dus: long bij  $X = 400$ , short bij  $X = 450$ , short bij  $X = 500$ ; en long bij  $X = 600$ . Alleen antwoord (a) voldoet.

Putopties en risicovrij lenen of beleggen kan hier niet voorkomen, omdat er voor indexwaarden tot 400 een nulschade wordt verwacht.

Deze gegevens hebben betrekking op de eerstvolgende drie vragen. Er wordt geen rekening gehouden met doorwerkende fouten.

De huidige dagkoers van aandeel ABC is  $S_0 = 30$ ; de markt verwacht over een jaar een koers van  $S_T = 36$  of  $S_T = 25$ , met gelijke kansen. De risicovrije rente is 5% per jaar.

17. Een zakenbank biedt een financieel product aan dat aan het eind van het jaar een uitbetaling heeft gelijk aan  $f(S_1) = 2S_1 - 2\sqrt{S_1}$ .

Wat is de hedgeratio van dit product? (Hint: hoeveel aandelen moet men op  $t = 0$  kopen om de uitbetaling op  $T = 1$  precies hedgen?)

- (a) 0,55
- (b) 0,61
- (c) 1,05
- (d) 1,64
- (e) 1,82

De uitbetaling in de up-state is  $2[36 - 6] = 60$ , en in de down-state  $2[25 - 5] = 40$ . De gevraagde hedgeratio volgt uit  $(36 - 25)h = (60 - 40)$  als  $h = 20/11 = 1,82$ .

18. Wat is de  $t = 0$  prijs  $f$  van het financiële product van de vorige vraag?

- (a) 43,17
- (b) 47,62

(c) 49,35

(d) 54,65

(e) 55,45

Een volledige hedge vergt ook nog een lening met een aflossing van  $b = (20/11)(36) - 60 = 60/11 = 5,45$ . De waarde van het financiële product op  $t = 0$  is dus

$$f_0 = (20/11)(30) - (60/11)/1,05 = 49,35$$

Het kan ook met risiconeutrale kansen:  $p = 0,5909$ , dus

$$f_0 = [(0,5909)(60) + (0,4091)(40)]/1,05 = 49,35$$

19. Stel dat je een Europese calloptie bezit op 100 aandelen ABC met een uitoefenprijs  $X = 29$  en een looptijd van een jaar. Kun je deze call hedgen met het financiële product  $f$  van de vorige vragen?

(a) Ja, met een short positie in  $f$ .(b) Ja, met een long positie in  $f$  plus een short positie in het aandeel  $S$ .(c) Ja, met een long positie in  $f$  plus een lening.

(d) Zowel antwoord (b) als (c).

(e) Zowel antwoord (a) als (b).

De uitbetalingen van de calloptie zijn  $100(36 - 29) = 700$  in de up-state, en niets in de down-state. Deze betalingen zijn niet in dezelfde verhoudingen als die voor  $f$  of  $S$ , dus heb je twee niet-perfect gecorreleerde instrumenten nodig voor de hedge. Antwoorden (a) en (e) vallen dus af.

Hedgen met een positie  $a$  in aandelen en  $b$  in  $f$  leidt tot de vergelijkingen

$$\begin{aligned} 700 &= 36a + 60b \\ 0 &= 25a + 40b \end{aligned}$$

waaruit we vinden  $a = -1400/3$  en  $b = 875/3$ . Antwoord (b) is dus in elk geval goed.

Hedgen met  $c$  in een lening en  $b$  in  $f$  leidt tot:

$$\begin{aligned} 700 &= c + 60b \\ 0 &= c + 40b \end{aligned}$$

waaruit  $b = 700/20 = 35$  contracten long en  $c = -1400$ . Dus ook antwoord (c) is goed.

20. Een bank heeft call warrants verkocht (geschreven) aan een pensioenfonds; deze warrants zijn speciale callopties geschreven op een pakket aandelen van het fonds ter waarde van €250 miljoen en met een bèta van 1,5. De warrants hebben een delta van 0,8.

De bank wenst zich in te dekken tegen het marktrisico van deze warrants door middel van indexopties met een looptijd van een jaar. Deze opties hebben als onderliggende waarde  $1000 \times$  de stand van de index in euro's. Nog gegeven is dat de index momenteel op 400 staat en dat indexcalls een delta hebben van 0,7.

Welke optiepositie dekt het marktrisico van de warrants zoveel mogelijk af?

(a) 1071 geschreven calls

- (b) 1429 gekochte calls
- (c) 1071 gekochte puts plus 1429 geschreven calls
- (d) 2500 gekochte puts
- (e) 2500 geschreven puts

Stel de index stijgt met 1%, dan stijgt de waarde van de aandelenportefeuille naar verwachting met 1,5%, en die van de warrants met  $(0,8)(1,5) = 1,2\%$  of €3 miljoen euro's. Dit is een verwacht verlies, omdat de warrants geschreven zijn.

De waarde (premie) van een indexput daalt onder die omstandigheden met  $(0,3)(0,01)(1000)(400) = 1200$  euro's. De bank zal dus  $3.000.000/1200 = 2500$  puts moeten schrijven, antwoord (e).