TENTAMEN BASIS ACTUARIAAT 2, 9 JULI 2004
14:00 – 17:00 uur

Noteer op al uw in te leveren papieren uw naam en collegekaartnummer.

Beoordeling: Bij elke opgave is aangegeven hoeveel punten er mee verdiend kunnen worden. U kunt in totaal maximaal 90 punten behalen. Uw cijfer is 1 + (behaalde punten / 10). Uw cijfer wordt vervolgens eventueel nog verhoogd op grond van uw resultaten behaald met de huiswerk/practicumopgaven.
Uitslag en inzage: het tentamencijfer wordt officieel binnen 18 werkdagen bekend gemaakt door de onderwijsadministratie.
Wilt u uw gecorrigeerde tentamen inzien dan dient u een afspraak te maken met de docent (R.Bruning@uva.nl of tel. 030 – 2572146).

Opmerking : tenzij uitdrukkelijk anders vermeld geldt voor alle opgaven dat leeftijden en duren (dus x, y, en n) geheel zijn. Verder geldt $x,y = 0$ en $n = 1$.
Voor de interestvoet i geldt altijd $i > 0$.

Opgave 1 (10 punten)
Wat is X in de volgende uitdrukking? Het antwoord moet een algemeen bekend koopsomsymbool zijn.

$$(Da)_{x\,\overline{n|}} = X + v\,p_x\,(D\ddot{a})_{x+1\,\overline{n-1|}}\,.$$

Opgave 2 (12 punten)
Stel dat van de volgende benadering voor $\ddot{a}_x^{(p)}$ uitgegaan mag worden:

$$\ddot{a}_x^{(p)} \approx \ddot{a}_x - \tfrac{p-1}{2p}\,.$$

Druk $(I\ddot{a})^{(p)}_{x:\overline{n|}}$ uit in $(I\ddot{a})_{x:\overline{n|}}$ en ${}_nE_x$.

Opgave 3 (a. 8 punten; b. 8 punten)
Beschouw een stijgende overlijdensverzekering, duur n jaar, waarbij het verzekerd kapitaal bij overlijden in het jaar $(k, k+1]$ gelijk is aan $k+1$ ($0 \le k \le n-1$). De uitkering bij overlijden wordt aan het eind van het overlijdensjaar gedaan. Gedurende maximaal n jaar of tot eerder overlijden is verschuldigd premie P aan het begin van het jaar. Bij in leven zijn op n, worden alle betaalde premies gerestitueerd (zonder oprenting).

a. Specificeer ${}_0L$, zijnde de stochast voor het toekomstig netto verlies.
b. Geef een uitdrukking voor P in bekende netto koopsomsymbolen.

Opgave 4 (20 punten)
Het symbool

$$ {}_kV(A^{1}_{x:\overline{n|}}) $$

representeert de netto voorziening op tijdstip k voor een n-jarige verzekering bij overlijden waarbij een uitkering ter grootte van 1 verzekerd is bij overlijden voor n. De uitkering wordt aan het eind van het overlijdensjaar gedaan.
Het symbool

$$ {}_kV({}_nE_x) $$

representeert de netto voorziening op tijdstip k voor een n-jarige verzekering van kapitaal bij leven waarbij een uitkering bij leven op tijdstip n ter grootte van 1 verzekerd is.
Beide verzekeringen zijn afgesloten op het leven van een x-jarige tegen gelijkblijvende premiebetaling. De premies zijn verschuldigd aan het begin van het jaar zolang de verzekerde leeft en de verzekering nog loopt.

Bewijs: $$ 1 - {}_kV(A^{1}_{x:\overline{n|}}) > {}_kV({}_nE_x) . $$

Opgave 5 (12 punten)
Bij een stijgende gemengde verzekering, duur n jaar, koopsomsymbool $(I\bar{A})_{x:\overline{n|}}$, is het verzekerd kapitaal bij overlijden in het jaar $(k, k+1]$ gelijk aan $k+1$ $(0 \le k \le n-1)$. Het verzekerde kapitaal bij in leven zijn op n is n. Gedurende maximaal n jaar of tot eerder overlijden is verschuldigd premie P aan het begin van het jaar. Een uitkering bij overlijden wordt direct na overlijden gedaan. ${}_kV$ is de netto voorziening verzekeringsverplichtingen op tijdstip k. Gevraagd wordt de prospectieve formule voor ${}_kV$ uit te drukken in bekende koopsomsymbolen betrekking hebbend op een discrete sterftetafel van éénjarige sterftekansen. Daarbij moet van de veronderstelling van uniforme spreiding van sterfte over het jaar worden uitgegaan.

Opgave 6 (8 punten)
Plaats tussen de symbolen / formules, in de plaats van ?, hetgeen van toepassing is: < , > of =.

$$ \ddot{a}_{\overline{x:y}} - a_{x|y} \quad ? \quad a_x . $$

Opgave 7 (12 punten)
Bepaal X in de volgende uitdrukking, zodat een geldige (recursie)relatie ontstaat tussen $\ddot{a}_{x|x}$ en $\ddot{a}_{x+1|x+1}$:

$$ \ddot{a}_{x|x} = {}_1E_x\, \ddot{a}_{x+1|x+1} + X $$

NB: Dat x twee maal in het subscript verschijnt, is geen tikfout. Het betekent dat beide verzekerden x jaar oud zijn en dat voor beiden dezelfde sterftekansen gelden. Ga uit van de formule voor $\ddot{a}_{x|x}$ volgens de “ontstane nabestaande-methode”. De uiteindelijke uitdrukking voor X moet zo eenvoudig mogelijk zijn en mag niet $\ddot{a}_{x|x}$ en / of $\ddot{a}_{x+1|x+1}$ bevatten.

EINDE VAN HET TENTAMEN!