

# Tentamen Econometrie 1

Dinsdag 3 juli 2007, 9.30 – 11.30 u , Tentamen Zaal B.

Schrijf op ieder vel je naam, en op het eerste vel ook je registratienummer.

Het tentamen bestaat uit 4 opgaven. Iedere vraag is 25 punten waard en in totaal zijn er 100 punten te behalen. De waardering staat per vraag in de rechterkantlijn aangegeven.

De uitslag van dit tentamen wordt via blackboard bekend gemaakt en ook op het uitslagenbord van de sectie econometrie van de Afdeling Kwantitatieve Economie op de 3e etage, Gebouw E.

Een handgeschreven formuleblad, tweezijdig A4, en een rekenmachines zijn toegestaan.

**Licht antwoorden toe.**

---

1. Leidt de stelling van Gauss-Markov af. Schenk aandacht aan de volgende punten:
  - Beschrijf de voorwaarden die noodzakelijk zijn voor de geldigheid van de stelling.
  - Verklaar waarom het niet noodzakelijk is dat de storingen Normaal verdeeld zijn.
  - Geef een correcte interpretatie van het resultaat. (25)

2. Beschouw het lineaire regressie model

$$y = X\beta + \varepsilon,$$

waar  $y: n \times 1$ ,  $X: n \times k$ ,  $\beta: k \times 1$ , en  $\varepsilon n \times 1$  met identiek normaal en onafhankelijk verdeelde elementen. Er is een constante opgenomen zodat de eerste kolom van  $X$  bestaat uit enen ( $i$ )

- a. Bewijs dat de som van de OLS residuen gelijk is aan nul. (7)
- b. Laat zien dat de  $R^2$ , de 'coefficient of determination', geschreven kan worden als

$$R^2 = 1 - \frac{\varepsilon' M \varepsilon}{y' M_1 y} \quad (8)$$

- c. Leg het verband tussen de Adjusted- $R^2$  en de  $F$ -toetsgrootte voor het toetsen van lineaire restricties. (10)

3. Iemand heeft een dataset met 121 waarnemingen met inkomsten van het management van een aantal grote bedrijven en de resultaten die deze bedrijven gehaald hebben:
- salprbesturdr00 : gemiddelde salaris per bestuurder in '000 guldens in 2000
  - salastijgperc : procentuele stijging in het gemiddelde salaris van 1999 naar 2000
  - werknemers : aantal werknemers in 2000
  - bedrijfsresultper: bedrijfsresultaat per werknemer
  - beurskoerstyg: beurskoersstijging in procenten van 1999 naar 2000
  - omzet : omzet in miljoenen guldens

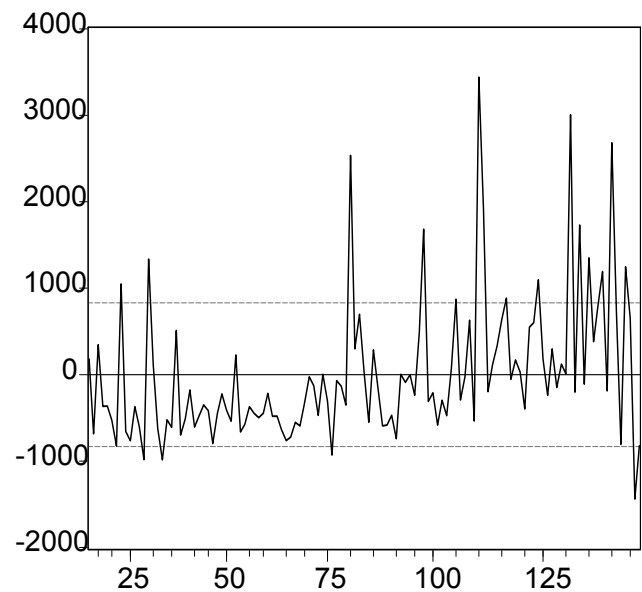
Data zijn geordend naar het aantal werknemers (grootste bedrijven laatst).

Dependent Variable: SALPRBESTURDR00

Method: Least Squares

Included observations: 121 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1108.602	83.85194	13.22095	0.0000
OMZET	0.003548	0.002470	1.436360	0.1536
BEDRIJFSRESULTPER	1.279888	1.013287	1.263105	0.2091
WERKNEMERS	0.009864	0.002098	4.700822	0.0000
R-squared	0.288702	Mean dependent var	1329.099	
Adjusted R-squared	0.270463	S.D. dependent var	973.1769	
S.E. of regression	831.2189	Akaike info criterion	16.31616	
Sum squared resid	80838200	Schwarz criterion	16.40859	
Log likelihood	-983.1278	F-statistic	15.82931	
Durbin-Watson stat	1.799138	Prob(F-statistic)	0.000000	



- a. Bekomentariëer en interpreteer de regressie resultaten voor Model 1 (10)
- b. Welke mogelijke misspecificatie zou kunnen blijken uit de grafiek van de residuen? Geef twee mogelijke oplossingen. (10)

Dependent Variable: SALASTIJGPERC  
 Method: Least Squares  
 Included observations: 121 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	19.45231	4.532537	4.291705	0.0000
BEURSKOERSTYG	0.052587	0.129148	0.407181	0.6846
OMZET	-8.56E-05	0.000134	-0.640801	0.5229
BEDRIJFSRESULTPER	-0.039328	0.055042	-0.714512	0.4763
WERKNEMERS	0.000102	0.000113	0.897134	0.3715
R-squared	0.011976	Mean dependent var	19.17355	
Adjusted R-squared	-0.022094	S.D. dependent var	44.44204	
S.E. of regression	44.93031	Akaike info criterion	10.48855	
Sum squared resid	234173.0	Schwarz criterion	10.60408	
Log likelihood	-629.5571	F-statistic	0.351505	
Durbin-Watson stat	1.571957	Prob(F-statistic)	0.842533	

c. Bekomentariëer en interpreteer de regressie resultaten voor Model 2 (5)

4. Beschouw het standaard lineaire regressie model

$$y = X\beta + \varepsilon,$$

waar  $y: n \times 1$ ,  $X: n \times k$ ,  $\beta: k \times 1$ , en  $\varepsilon: n \times 1$  met identiek normaal en onafhankelijk verdeelde elementen.

Veronderstel dat  $y_i$  consumptie is en  $x_{ik}$  het inkomen van consument  $i$  (de ander  $x$ -variabelen zijn leeftijd, gezinssamenstelling, eigenhuizenbezit etc). De coefficient  $\beta_k$  is daarom de marginale consumptie geneigdheid. Men wil  $\beta_k$  eerst schatten en dan toetsen of deze gelijk is aan 1.

a. Leidt de verdeling af van  $b_k$ , de OLS schatter voor  $\beta_k$ . (10)

b. Leidt de Student-t-toets af en de bijbehorende verdeling voor de hypothese:

$$H_0 : \beta_k = 1. \text{ Welke conclusie trek je als de berekende waarde 1.9 is bij 44 waarnemingen en } k = 4? \text{ (Denk goed na over de alternatieve hypothese)} \quad (10)$$

c. Stel dat je weet wat de waarde van  $\sigma^2$  is zodat je geen t-toets hoeft te gebruiken maar een toets gebaseerd op de Normale verdeling. Geef aan wat de kans is dat je de nulhypothese verworpt als de werkelijke  $\beta_k$  bv 0.999, 0.9, 0.8 etc is. Je mag dit grafisch doen, maar ook in formule vorm (hint:  $(b_k - \beta_k) \sim N(0, \dots)$  en  $b_k - 1 = b_k - \beta_k + \beta_k - 1$ ) (5+5bonus)

<b>Student-t Kritieke waarden</b>				
Elementen $z$ zijn zo dat $P[ Z < z ] = P$				
d.o.f	0.90	0.95	0.975	0.995
1	3.07766	6.31371	12.7062	63.656
2	1.88562	2.91999	4.30265	9.92482
3	1.63774	2.35336	3.18243	5.84089
4	1.53321	2.13185	2.77644	4.60393
5	1.47588	2.01505	2.57058	4.03212
10	1.37218	1.81246	2.22814	3.16922
30	1.31042	1.69726	2.04227	2.74999
100	1.29007	1.66023	1.98397	2.62589
$\infty$	1.28156	1.64487	1.95999	2.57584

<b>Percentiles of the Chi-Squared Distribution</b>			
(Table entry is $c$ such that $\text{Prob}(\chi^2_{\text{dof}} < c) = P$ )			
dof	0.90	0.95	0.99
1	2.71	3.84	6.63
2	4.61	5.99	9.21
3	6.25	7.81	11.34
4	7.78	9.49	13.28
5	9.24	11.07	15.09
6	10.64	12.59	16.81
7	12.02	14.07	18.48
8	13.36	15.51	20.09
9	14.68	16.92	21.67
10	15.99	18.31	23.21
15	22.31	25.00	30.58
25	34.38	37.65	44.31

<b>Upper 5% points of the <math>F</math>-distribution</b>															
m = degrees of freedom for the numerator, n = degrees of freedom for the denominator															
$n \backslash m$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	25	50	100	$\infty$
1	161.4	199.5	215.7	224.6	230.2	234.	236.8	238.9	240.5	241.9	245.9	249.3	251.8	253.	254.3
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.3	19.33	19.35	19.37	19.38	19.4	19.43	19.46	19.48	19.49	19.5
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.70	8.63	8.58	8.55	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.86	5.77	5.70	5.66	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.62	4.52	4.44	4.41	4.36
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	3.94	3.83	3.75	3.71	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.51	3.40	3.32	3.27	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.22	3.11	3.02	2.97	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.01	2.89	2.80	2.76	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.85	2.73	2.64	2.59	2.54
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.40	2.28	2.18	2.12	2.07
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.09	1.96	1.84	1.78	1.71
50	4.03	3.18	2.79	2.56	2.40	2.29	2.20	2.13	2.07	2.03	1.87	1.73	1.60	1.52	1.44
100	3.94	3.09	2.70	2.46	2.31	2.19	2.10	2.03	1.97	1.93	1.77	1.62	1.48	1.39	1.28
$\infty$	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.67	1.51	1.35	1.24	1.00