

Tentamen Econometrie 3, FEE-UvA
27 oktober 2003, 9:30-11:30 uur, gebouw B, tentamenzaal

Bij het maken van dit tentamen mag geen boek en ook geen formulebriefje gebruikt worden. Schrijf op ieder blad dat u inlevert uw naam en ook uw registratienummer. Bij iedere opgave staat tussen accolades hoeveel punten u er maximaal voor kunt behalen. Bij elkaar opgeteld zijn er 100 punten, maar alleen de deelopgaven (tot een maximaal totaal van 75) die u het best maakt tellen mee voor het eindcijfer. De overige 25 punten worden bepaald op grond van de door u gemaakte en tijdig ingeleverde practicum-toetsopdrachten.

Dit tentamen zal binnen 2 weken nagekeken zijn. De uitslag wordt door de onderwijs-administratie op de gebruikelijke wijze bekend gemaakt. Antwoorden op de vragen komen beschikbaar op de Econometrie 3 blackboard site. Inzage en nabespreking is mogelijk door een afspraak met de docent te maken.

Geef antwoord op de volgende vragen, en vergeet daarbij niet zorgvuldig en helder te formuleren, uw beweringen van argumenten te voorzien, consequent te zijn wat betreft notatie, en leesbaar te schrijven:

1. Beschouw het regressie model met slechts één coëfficiënt $y_i = \beta \frac{1}{x_i} + \varepsilon_i$, waarbij $x_i \neq 0$, $i = 1, \dots, N$. Neem aan dat de vector $x = (x_1, \dots, x_N)'$ niet stochastisch is en dat $\varepsilon_i \sim \text{i.i.d.} N(0, \sigma^2)$. Het model heeft dus 2 parameters $\theta = (\beta, \sigma^2)'$ en die gaan we schatten met maximum likelihood. De cumulatieve dichtheid voor de waarnemingen $y = (y_1, \dots, y_N)'$ luidt

$$f(y | x; \beta, \sigma^2) = \prod_{i=1}^N \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \frac{\left(y_i - \frac{\beta}{x_i}\right)^2}{\sigma^2} \right\}.$$

- (a) {5} Bepaal de log likelihood functie.
 - (b) {10} Bepaal de twee elementen van de score vector (voor de hele steekproef).
 - (c) {5} Laat zien dat de score vector verwachting nul heeft.
 - (d) {5} Bepaal de formule voor de maximum likelihood schatter $\hat{\beta}$ van β .
 - (e) {5} Laat zien dat $\hat{\beta}$ zuiver is voor β .
 - (f) {5} Sommeren de residuen $\hat{\varepsilon}_i = y_i - \hat{\beta} \frac{1}{x_i}$ tot nul? Waarom (niet)?
 - (g) {5} Laat zien dat de informatie matrix blok-diagonaal is.
2. Een onderzoeker heeft OLS schatters bepaald voor de regressie van een tijdreeks variabele y_t ($t = 1, \dots, T$) op een $K \times 1$ vector van regressoren x_t , waaronder geen vertraagd-afhankelijke variabelen voorkomen.
 - (a) {5} Wat moet deze onderzoeker aannemen opdat zijn schatters voor de coëfficiënten raak ('consistent') zijn? Geef bij alle door u daarbij gebruikte notatie precies aan waar het over gaat.
 - (b) {5} De Durbin-Watson statistic blijkt kleiner te zijn dan 2 en in de 'inconclusive region' te liggen. Leg uit wat er dan aan de hand is.
 - (c) {10} Stel dat de onderzoeker vervolgens besluit de met deze Durbin-Watson statistic getoetste nul-hypothese te verwerpen. Wat kunt u dan zeggen over het actuele significantie niveau van deze toets? Waarom?

- (d) {5} Vervolgens schat hij het model opnieuw met OLS, maar nadat hij de regressoren y_{t-1} en (de vector) x_{t-1} aan de lijst van verklarende variabelen heeft toegevoegd. Geef aan welke argumenten die stap kunnen rechtvaardigen.
- (e) {5} Duid met goede argumenten een tweetal alternatieve wegen aan (anders dus dan (d)) die de onderzoeker, op grond van de significant bevonden Durbin-Watson statistic, had kunnen gaan bewandelen.
- (f) {5} Onder welke nadere veronderstellingen zijn de schatters van het in (d) aangeduide uitgebreide model BLUE? Waarom?
- (g) {5} Als je het onder (d) geschatte model op zijn beurt zou willen toetsen op eerste-orde autocorrelatie in de storingen. Welke hulpregressie zou je dan uitvoeren, en welke hypothese zou je daarin dan toetsen?
3. Gegeven zijn de volgende relaties: (1) $A_t = \beta_1 + \beta_2 S_t + \varepsilon_t$ en (2) $S_t = \gamma_1 + \gamma_2 A_t + \gamma_3 P_t + \gamma_4 Y_t + \xi_t$. Hierbij is A_t de bestedingen aan advertenties (van een grote landelijke supermarktketen) per week, S_t is de behaalde omzet (β_2 zal waarschijnlijk wel negatief zijn, maar dat moet juist onderzocht gaan worden), P_t is een index voor de relatieve prijzen ten opzichte van andere supermarkten en Y_t is een index voor de gezinsinkomens. De storingen ε_t en ξ_t zijn in de tijd (en ook onderling) ongecorrleerd.
- (a) {10} Laat overtuigend (met enige afleiding en argumentatie dus) zien waarom het wel/geen goed idee is om vergelijking (1) met OLS te schatten.
- (b) {10} Stel we schatten vergelijking (1) met instrumentele variabelen en gebruiken de constante en Y_t als instrument. Geef aan hoe deze schatter en de schatter van zijn variantie berekend moet worden. Geef ook de belangrijkste eigenschappen van deze schatters van $\beta = (\beta_1, \beta_2)'$.

Succes!