

**1e Herhalings Tentamen Econometrie 3, FEE-UvA**  
**19 januari 2004, 9:30-11:30 uur**

Bij het maken van dit tentamen mag geen boek en ook geen formulebriefje gebruikt worden. Schrijf op ieder blad dat u inlevert uw naam en ook uw registratienummer. Bij iedere opgave staat tussen accolades hoeveel punten u er maximaal voor kunt behalen. Bij elkaar opgeteld zijn er 100 punten, maar alleen de deelopgaven (tot een maximaal totaal van 75) die u het best maakt tellen mee voor het eindcijfer. De overige 25 punten worden bepaald op grond van de door u gemaakte en tijdig ingeleverde practicum-toetsopdrachten.

*Dit tentamen zal binnen 2 weken nagekeken zijn. De uitslag wordt door de onderwijs-administratie op de gebruikelijke wijze bekend gemaakt. Antwoorden op de vragen komen beschikbaar op de Econometrie 3 blackboard site. Inzage en nabespreking is mogelijk door een afspraak met de docent te maken.*

Geef antwoord op de volgende vragen, en vergeet daarbij niet zorgvuldig en helder te formuleren, uw beweringen van argumenten te voorzien, consequent te zijn wat betreft notatie, en leesbaar te schrijven:

1. We beschikken over variabelen  $s_i$  en  $b_i$ , voor  $i = 1, \dots, n$ , waarbij  $s_i$  de bij de belastingdienst bekende waarde is van de besparingen van gezin  $i$ , en  $b_i$  het daarbij opgegeven besteedbaar inkomen. Het is niet ondenkbaar dat de werkelijke besparingen en inkomens hiervan afwijken door (on)bewust foutieve opgaves. Laat voor de werkelijke maar onbekende besparingen  $s_i^*$  en besteedbare inkomens  $b_i^*$  gelden  $s_i^* = s_i + u_i^{(s)}$  en  $b_i^* = b_i + u_i^{(b)}$ , waarbij  $u_i^{(s)}$  en  $u_i^{(b)}$  hieronder nog nader aan te duiden fouten in de belastingopgaven zijn. We nemen voorts aan dat geldt

$$s_i^* = \beta_1 + \beta_2 b_i^* + \varepsilon_i,$$

waarbij  $E\{\varepsilon_i | b_j^*\} = 0, \forall i, j = 1, \dots, n$ . We zijn erg geïnteresseerd in de waarde van  $\beta_2$ .

- (a) {5} Stel dat  $u_i^{(s)} = 0$  en  $u_i^{(b)} = 0$  voor  $i = 1, \dots, n$ . Hoe kan  $\beta_2$  dan raak geschat worden? Waarom?
  - (b) {5} Is die schatter dan ook BLU? Waarom (niet)?
  - (c) {10} Neem nu aan dat er alleen in  $s_i$  opgavefouten zitten, en dat daarbij geldt  $E\{u_i^{(s)} | b_i^*\} = \alpha_1 + \alpha_2 b_i^*$ . Beschouw de regressie van  $s_i$  op een constante en  $b_i = b_i^*$ . Wanneer geeft kleinste kwadraten nu een zuivere schatter van  $\beta_2$ ? Waarom?
  - (d) {5} Stel dat we aan mogen nemen dat de onder (c) bedoelde schatter zuiver is voor  $\beta_2$ . Hoe zou u dan zijn standaardfout schatten? Waarom?
  - (e) {10} Neem nu aan dat er alleen in  $b_i$  opgave fouten zitten, en dat daarbij geldt  $E\{u_i^{(b)} | b_i^*\} = \gamma_1 + \gamma_2 b_i^*$ . Beschouw de regressie van  $s_i = s_i^*$  op een constante en  $b_i$ . Wanneer geeft kleinste kwadraten nu een rake schatter van  $\beta_2$ ?
2. Gegeven zijn jaarcijfers over de periode 1970 - 2000 van de volgende regressie relatie

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_t + \beta_3 t + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, n,$$

waarbij  $n = 31$ . Neem voorlopig aan dat OLS voor dit model BLUE is, en dat de storingen normaal verdeeld zijn. Bij  $\beta_3$  vinden we een  $t$ -ratio van 1.82 en een  $p$ -waarde van 0.08.

- (a) {5} Wat is de relatie tussen de  $t$ - en de  $p$ -waarde?

- (b) {5} Wat concludeert u omtrent de waarde van  $\beta_3$  op grond van de gegeven  $t$ - en  $p$ -waarde?
- (c) {10} Stel dat we de regressor  $t$  zouden vervangen door  $year_t = 1969+t$  voor  $t = 1, \dots, n$ . Beschrijf en verklaar wat de effecten zullen zijn op de geschatte coëfficiënten en hun standaardfout.
- (d) {5} Stel nu dat  $\varepsilon_t = \rho\varepsilon_{t-1} + v_t$ , waarbij  $v_t \sim i.i.d.N(0, \sigma_v^2)$ ,  $\rho$  onbekend, maar  $|\rho| < 1$  en  $\varepsilon_t$  stationair. Wat zou je nu concluderen op grond van de gegeven  $t$ - en  $p$ -waarde? Waarom?
- (e) {10} Beschouw nu de volgende regressie relatie (voor  $t = 2, \dots, n$ ),

$$\Delta y_t = \beta_2 \Delta x_t + \beta_3 + \Delta \varepsilon_t,$$

waarbij  $\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$ , enz. Ga na wat nu geldt voor  $E\{\Delta \varepsilon_t\}$ ,  $E\{(\Delta \varepsilon_t)^2\}$ , en  $E\{(\Delta \varepsilon_t)(\Delta \varepsilon_s)\}$ , waarbij  $t \neq s = 2, \dots, n$ .

- (f) {5} Schets de eigenschappen van de kleinste kwadratenschatter voor het model uit onderdeel (e).
3. In een Monte Carlo studie onderzoeken we de verwerpingskans van een bepaalde toetsgrootheid  $g$ . In de Monte Carlo experimenten genereren we  $R$  onderling onafhankelijke realisaties  $g_1, \dots, g_R$  van de toetsgrootheid, en tevens de 0/1 variabele  $v_r$ ,  $r = 1, \dots, R$ , die aangeeft of de toetsgrootheid al dan niet aanleiding geeft tot verwerpen. Er geldt  $v_r = 0$  als  $g_r \leq c$  en  $v_r = 1$  wanneer  $g_r > c$ , met  $c$  een zekere constante kritieke waarde. We kunnen de kwaliteiten van de toetsprocedure bij kritieke waarde  $c$  onderzoeken door de kans  $p_c = \Pr\{g > c\}$  te schatten en te beoordelen.
- (a) {10} Beschouw de schatter  $\hat{p}_c = \frac{1}{R} \sum_{r=1}^R v_r$  van  $p_c$ . Druk  $E\{\hat{p}_c\}$  en  $V\{\hat{p}_c\}$  uit in  $p_c$ .
- (b) {5} Is  $\hat{p}_c$  een rake schatter van  $p_c$ ? In welke zin precies? Waarom?
- (c) {10} We kunnen  $V\{\hat{p}_c\}$  schatten door in de onder (a) afgeleide uitdrukking  $p_c$  te vervangen door  $\hat{p}_c$ . We krijgen dan  $\hat{V}\{\hat{p}_c\}$ . Een asymptotisch equivalente schatter kan gevonden worden met behulp van de Monte Carlo steekproefvariantie (*MCSV*) van  $v_r$  (die gemakkelijk met EViews achterhaald kan worden). Er geldt

$$MCSV = \frac{1}{R-1} \sum_{r=1}^R (v_r - \hat{p}_c)^2.$$

Hoe luidt die asymptotisch equivalente schatter? Laat zien dat deze inderdaad asymptotisch equivalent is aan  $\hat{V}\{\hat{p}_c\}$ . (Hint: merk op dat  $v_r^2 = v_r, \forall r$ ).

Succes!