Tentamen Econometrie 3, FEE-UvA
20 januari 2003, 9:30-11:30 uur, gebouw C, zaal 206

Bij het maken van dit tentamen mag geen boek en ook geen formulebriefje gebruikt worden. Schrijf op ieder blad dat u inlevert uw naam en ook uw registratienummer. Bij iedere opgave staat tussen accolades hoeveel punten u er maximaal voor kunt behalen. Bij elkaar opgeteld zijn er 100 punten, maar alleen de deelopgaven (tot een maximaal totaal van 75) die u het best maakt tellen mee voor het eindcijfer. De overige 25 punten worden bepaald op grond van de door u gemaakte en tijdig ingeleverde practicum-toetsopdrachten.
Dit tentamen zal binnen 2 weken nagekeken zijn. De uitslag wordt door de onderwijs-administratie op de gebruikelijke wijze bekend gemaakt. Antwoorden op de vragen komen beschikbaar op de Econometrie 3 blackboard site. Inzage en nabespreking is mogelijk door een afspraak met de docent te maken.
Geef antwoord op de volgende vragen, en vergeet daarbij niet zorgvuldig en helder te formuleren, uw beweringen van argumenten te voorzien, consequent te zijn wat betreft notatie, en leesbaar te schrijven:

1. Gegeven is het model met slechts één verklarende variabele $y_i = x_i\beta + \varepsilon_i$, $i = 1, ..., N$, waarbij $x_i \equiv y_{i-1}$. Men beschikt louter over waarnemingen $\{y_0, ..., y_N\}$ en we nemen aan dat $N = 20$ en $\varepsilon_i \sim$i.i.d.N$(0, \sigma^2)$.

   (a) $\{5\}$ Laat zien dat in dit model niet geldt (A2) $\{\varepsilon_1, ..., \varepsilon_N\}$ en $\{x_1, ..., x_N\}$ zijn onafhankelijk.

   (b) $\{5\}$ Som (zonder bewijzen) op wat het niet gelden van (A2) allemaal voor gevolgen heeft voor de verdeling van de OLS schatter van β en het toetsen van β.

   (c) $\{5\}$ Laat zien dat in dit model wel geldt (A7) $E\{x_i\varepsilon_i\} = 0$.

   (d) $\{5\}$ Neem aan dat $\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i^2$ een eindige positieve limiet heeft voor $N \to \infty$. Geef (zonder bewijzen) duidelijk aan wat de twee belangrijkste asymptotische eigenschappen zijn van de OLS schatter van β.

   (e) $\{5\}$ Geef aan wat de praktische betekenis is van de bij (d) genoemde eigenschappen voor de steekproef van $N = 20$ die we ter beschikking hebben.

   (f) $\{15\}$ Zij b de OLS schatter van β. We gaan nu $E\{b\}$ proberen te bepalen door middel van Monte Carlo simulatie. We nemen aan dat $y_0 \equiv 0$, $\beta = 0.8$, $\sigma = 1$ en generenen voor $r = 1, ..., R$ de reeksen $y_i^{(r)} = 0.8y_{i-1}^{(r)} + \varepsilon_i^{(r)}$, $i = 1, ..., N$ met $\varepsilon_i^{(r)} \sim$i.i.d.N$(0, 1)$ en $y_0^{(r)} = 0$. Geef aan hoe u nu een betrouwbaarheidsinterval voor $E\{b\}$ construeert, en verantwoordt (bewijs) daarbij zo volledig mogelijk iedere afzonderlijke stap. Geef bovendien aan hoe u kunt zorgen dat de lengte van het interval niet groter is dan 0.1% van β.

2. We hebben panel data $\{y_{ij}, x_{ij}\}$ voor 2 bedrijfstakken, $i = 1, 2$. Voor de eerste bedrijfstak hebben we N_1 waarnemingen en voor de tweede N_2. We veronderstellen

$$y_{ij} = x_{ij}'\beta + \varepsilon_{ij} \qquad i = 1, 2;\ j = 1, ..., N_i$$

   waarbij x_{ij} een niet-stochastische vector van K elementen is. Voorts zijn alle ε_{ij} onderling onafhankelijk met $E\{\varepsilon_{ij}\} = 0$ en $E\{\varepsilon_{ij}^2\} = \sigma_i^2$.

   (a) $\{5\}$ Breng dit model op een handzame manier onder in de gebruikelijke matrix-notatie $y = X\beta + \varepsilon$. Geef aan hoe y, X en ε zijn opgebouwd en wat hun dimensies zijn.

(b) $\{5\}$ Wat zijn de eigenschappen van ε, met name $E\{\varepsilon\}$ en $E\{\varepsilon\varepsilon'\}$? Is alles standaard? Hoe benoem je dit type regressiemodel?

(c) $\{5\}$ Neem aan dat de ε_{ij} Normaal verdeeld zijn, dus $f(\varepsilon_{ij}) = (2\pi\sigma_i^2)^{-1/2} \exp\left\{-0.5\varepsilon_{ij}^2/\sigma_i^2\right\}$. Laat zien dat voor de log-likelihood geldt

$$\log L(\beta, \sigma_1^2, \sigma_2^2) = -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2}\left[N_i \ln(2\pi) + N_i \ln \sigma_i^2 + \frac{1}{\sigma_i^2}\sum_{j=1}^{N_i}\left(y_{ij} - x_{ij}'\beta\right)^2\right].$$

(d) $\{5\}$ Geef aan hoe de maximum likelihood schatter van β gevonden kan worden.

(e) $\{5\}$ Bepaal de maximum likelihood schatters van σ_1^2 en σ_2^2.

(f) $\{10\}$ Bepaal het gedeelte van de blok-diagonale informatie matrix dat met de parameters σ_1^2 en σ_2^2 correspondeert.

(g) $\{10\}$ Geef (naar keuze) de Wald toetsgrootheid of de likelihood-ratio toetsgrootheid voor het toetsen van $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$.

3. $\{15\}$ Voor een zeker model wordt de log-likelihood gegeven door $\log L(\theta)$, waarbij $\theta = (\theta_1', \theta_2')'$ een parameter vector is die uit $K_1 + K_2$ elementen bestaat. We willen toetsen $H_0 : \theta_2 = \theta_2^0$. Noem (zonder afleidingen en formules) de typische kenmerken (zowel overeenkomsten als verschillen) van respectievelijk de Wald, likelihood ratio en de Lagrange multiplier toetsgrootheid, en geef de overwegingen die een rol spelen bij het maken van een keuze tussen deze drie toetsgrootheden.

Succes!