

Tentamen Kres 4, 290307, 09:30–12:30

Antwoorden motiveren; kritieke gebieden en betrouwbaarheidsintervallen zo uitvoerig mogelijk beschrijven. Ieder onderdeel is 10 punten waard. U dient uit te gaan van een steekproef van omvang n uit de betreffende pdf. Bij het tentamen mag alleen gebruik worden gemaakt van een (zelf mee te nemen) onbeschreven kopie van Appendix B van Bain en Engelhardt!

1.

$$f_X(x; \theta) = \theta x^{-\theta-1} I_{(1, \infty)}(x), \quad \theta > 0.$$

- (a) Geef de complete en sufficient statistic voor θ en bepaal de UMVUE voor θ .
- (b) Bereken de CRLB voor zuivere schatters voor θ . Bereikt de variantie van de UMVUE deze ondergrens?
- (c) Geef een $100\gamma\%$ gelijkstaartig betrouwbaarheidsinterval voor θ gebaseerd op de C&S statistic.
- (d) Stel, voor het toetsen van $H_0: \theta \geq 3$ tegen $H_a: \theta < 3$ gebruikt men: verwerp H_0 als $\log(X_{1:n}) > \frac{1}{n}$. Bereken en schets de powerfunctie van deze toets. Wat zijn de grootte resp. het onderscheidingsvermogen van de toets?
- (e) Bepaal de statistische grootte $t(X_1, \dots, X_n)$ waarin deze familie van pdf's een MLR eigenschap bezit en geef de UMP, grootte α , toets voor $H_0: \theta \leq 1$ tegen $H_a: \theta > 1$.

2.

$$f_X(x; \theta) = \frac{5}{2} \theta^{\frac{5}{2}} x^{-\frac{7}{2}} I_{[\theta, \infty)}(x), \quad \theta > 0.$$

- (a) Laat zien dat $S := X_{1:n}$ sufficient is voor θ . Is S tevens complete?
- (b) Geef de UMVUE voor θ .
- (c) Bepaal de MME en de MLE voor θ . Zijn zij zuiver? Zijn zij MSE consistent?
- (d) Geef een $100\gamma\%$ betrouwbaarheidsondergrens voor θ gebaseerd op S .
- (e) Stel $n \geq 3$. Zijn $\frac{X_1+X_2}{X_3}$ en $X_{1:n}$ stochastisch onafhankelijk? Motiveer uw antwoord duidelijk.

Succes!!!