

Tentamen Kansrekening en Statistiek 4, 120104.

Bij dit tentamen mag u een onbeschreven kopie van appendix B van Bain & Englehardt gebruiken. Motiveer uw antwoorden, antwoorden zonder motivatie worden niet goed gerekend. Betrouwbaarheidsintervallen en kritieke gebieden zo uitvoerig mogelijk beschrijven. Ieder onderdeel is 10 punten waard, tenzij anders aangegeven dient u uit te gaan van een **steekproef van omvang n** uit de betreffende pdf. Uitslag, bespreking en inzage ma 260104 om 10 uur precies, zaal E1.51 en neem een kopie van de oplossingen (blackboard) mee.

1. $f_X(x; \mathbf{q}) = \mathbf{q}x^{\mathbf{q}-1}I_{(0,1)}(x)$.
 - a. Geef de complete en sufficient statistic en de UMVUE voor \mathbf{q} .
 - b. Voor welke functie van \mathbf{q} , zeg $t(\mathbf{q})$, bestaat er een zuivere schatter waarvan de variantie de CRLB bereikt.
 - c. Geef de GLR, grootte \mathbf{a} , toets voor $H_0 : \mathbf{q} \leq 1$ tegen $H_a : \mathbf{q} > 1$.
 - d. Geef de most powerful, grootte \mathbf{a} , toets voor $H_0 : \mathbf{q} = 2$ tegen $H_a : \mathbf{q} = 1$.
 - e. Geef een gelijkstaartig 100 \mathbf{g} % BI voor \mathbf{q} , gebaseerd op $\sum_{i=1}^n -\log x_i$.

Hint: wat is de verdeling van $Y := -\log X$?

2. $f_X(x; \mathbf{q}) = \frac{5x^4}{\mathbf{q}^5}I_{(0,\mathbf{q})}(x)$.
 - a. Geef de UMVUE van \mathbf{q}^2 en \mathbf{q}^{-1} .
 - b. Bereken de MLE en de MME. Zijn zij zuiver? (Simple) consistent?
 - c. Laat zien dat deze familie van dichtheden een MLR bezit en geef de UMP, grootte \mathbf{a} , toets voor $H_0 : \mathbf{q} \leq \mathbf{q}_0$ tegen $H_a : \mathbf{q} > \mathbf{q}_0$.
 - d. Laat zien dat $\frac{X_{1:n} - X_{n:n}}{X_{1:n}}$ en $X_{n:n}$ s.o zijn.
 - e. Voor het toetsen van $H_0 : \mathbf{q} \leq 1$ tegen $H_a : \mathbf{q} > 1$ gebruikt men: verwerp als $x_{n:n} \geq \left(1 - \frac{1}{n}\right)$. Bereken de grootte en het onderscheidingsvermogen van deze toets.

SUCCESES!!!