TENTAMEN LEVEN ACTUARIAAT 1, 23 JANUARI 2006
14:00 – 17:00 uur

Noteer op al uw in te leveren papieren uw naam en collegekaartnummer.

Beoordeling: Bij elke opgave is aangegeven hoeveel punten er mee verdiend kunnen worden. U kunt in totaal maximaal 90 punten behalen. Uw cijfer is 1 + (behaalde punten / 10). Uw cijfer wordt vervolgens eventueel nog verhoogd op grond van uw resultaten behaald met huiswerk/practicumopgaven.
Uitslag en inzage: het tentamencijfer wordt officieel binnen 18 werkdagen bekend gemaakt door de onderwijsadministratie.
Wilt u uw gecorrigeerde tentamen inzien dan dient u een afspraak te maken met de docent (r.bruning@uva.nl of tel. 030 – 2572146).

Opmerking : tenzij uitdrukkelijk anders vermeld geldt voor alle opgaven dat leeftijden en duren (dus bijvoorbeeld x en n) geheel zijn. Verder geldt $x = 0$ en $n = 1$.
Voor de interestvoet i geldt altijd $i > 0$.

Opgave 1 (a. 10 punten; b. 10 punten)
Gegeven een verzekering van kapitaal bij overlijden met premierestitutie bij in leven zijn op de einddatum van de polis. Het verzekerde kapitaal is 1. De duur van de verzekering is n jaar en de duur van premiebetaling m jaar, met $0<m<n$. Bij in leven zijn op de einddatum van de polis wordt de som van de betaalde bruto premies gerestitueerd. De bruto premie is prenumerando jaarlijks verschuldigd, gelijkblijvend en groot PB.
Aan kosten worden in rekening gebracht:
- eerste kosten gelijk aan $\alpha \cdot PB \cdot m$.
- incassokosten gelijk aan $\beta \cdot PB$, jaarlijks op premievervaldatum
- doorlopende administratiekosten: γ prenumerando per jaar zolang de verzekering bestaat.

a. Geef een uitdrukking voor PB in algemeen bekende koopsomsymbolen.
   Geef vervolgens de splitsing van PB in netto premie PN, opslag eerste kosten P^a, opslag incassokosten P^b en opslag administratiekosten P^g.
b. De voorziening verzekeringsverplichtingen op tijdstip k (k geheel, $0 \le k \le n$) wordt berekend volgens de inventarismethode.
   Geef de formule voor ${}_kV^{Inv}$ voor $0<k<n$.

Opgave 2 (a. 8 punten; b. 8 punten; c. 8 punten; d. 8 punten; e. 8 punten)
Gegeven is de volgende verzekering :
- Type: kapitaal bij leven, duur 25 jaar, verzekerde som S = 500.000.
- Premiebetaling: <u>prenumerando jaarlijks</u> bij in leven zijn, **maximaal 10 jaar**; de bruto jaarpremie is 20.643,25 en premievervaldatum is 1 januari.
  In rekening gebracht: eerste kosten 10.000 en doorlopende kosten 200 per jaar (prenumerando).

Gegeven is $\ddot{a}_{x\,\overline{25|}} = 15,6983$ en de rekenrente i is 4%.

Verder is gegeven:

	Eerste Kosten Actief (EK-actief) ***Op basis van $a_z = a$***	Netto voorziening (VVP^{netto})	Administratie voorziening VVP^{adm} (inventarismethode)
Begin 1e polisjaar	0	0	0
Begin 2e polisjaar	9.171	19.865	182
…	…	…	…
Begin 10e polisjaar	1.195	212.721	1.954
Begin 11e polisjaar	0	241.926	2.223
…	…	…	…
Begin 25e polisjaar	0	472.160	200
Eind 25e polisjaar	**0**	**0**	**0**

Het benodigd eigen vermogen EV is 4% van ($VVP^{netto} + VVP^{adm}$).
Afsluitprovisie is gelijk aan 10.000 en overige eerste kosten 900.
De administratiekosten in het 1e polisjaar zijn gelijk aan 150 en stijgen jaarlijks met 2%.
De beleggingsopbrengsten zijn 3,5% x (beleggingen begin jaar + premie – kosten).

a. Leidt uit bovenstaande gegevens af de splitsing van bruto premie in opslag eerste kosten, opslag doorlopende kosten en netto premie.

b. Stel verzekerde blijft leven en $a_z = a$. Bepaal voor deze polis voor het betreffende polisjaar het resultaat en de verdeling van resultaat in toevoeging aan eigen vermogen en beschikbaar dividend voor
   i. het 1e polisjaar
   ii. het 10e polisjaar
   iii. het 25e polisjaar

c. Geef voor het 10e polisjaar een organische uitsplitsing van het resultaat in
   i. interestresultaat
   ii. resultaat op kosten
   iii. resultaat op sterfte

d. Als b, maar nu in het geval dat verzekerde overlijdt in het 10e polisjaar.

e. Stel nu dat $a_z = 0,5 \cdot a$ in plaats van $a_z = a$. Geef voor elk polisjaar aan of het resultaat zoals berekend bij onderdeel b. daardoor hoger of lager wordt of gelijk blijft.

Opgave 3 (10 punten, 10 punten)
Gegeven een verzekering van kapitaal bij overlijden, afgesloten op het leven van een x-jarige en met een duur van n jaar. Het verzekerd kapitaal is gelijk aan 1, uit te keren direct bij overlijden als het overlijden binnen n jaar gebeurt. De netto jaarpremie PN is aan het begin van elk polisjaar verschuldigd, maar maximaal tot overlijden.
Bij de bepaling van koopsommen voor de premie en de netto voorzieningen wordt uitgegaan van de fictie dat sterfte uniform over het jaar verspreid is. We brengen in herinnering dat in dit geval uitgegaan mag worden van het volgende: ${}_tq_{x+k} = t?q_{x+k}$ voor k=0,1,2… en 0=t<1.

a. pr_k is de risicopremie voor het polisjaar [k,k+1] en is te schrijven als $v?q_{x+k}?RK_{[k,k+1]}$.
   $RK_{[k,k+1]}$ is hierbij het gemiddeld risicokapitaal voor het polisjaar [k,k+1].
   Druk $RK_{[k,k+1]}$ uit in ${}_{k+1}V$ (de netto voorziening op tijdstip k+1).

b. Stel dat de risicopremie $pr_{k+3/4}$ voor de periode $[k+3/4, k+1+3/4]$ bepaald moet worden (bijvoorbeeld omdat deze periode samenvalt met een boekjaar).
Geef de "sluitpostformule" voor $pr_{k+3/4}$ (uitdrukking in ${}_{k+3/4}V$, ${}_{k+1+3/4}V$ en netto premie PN).
Bepaal ${}_{k+3/4}V$ via lineaire interpolatie tussen ${}_{k}V + PN$ en ${}_{k+1}V$.
Bepaal ${}_{k+1+3/4}V$ op dezelfde manier uit ${}_{k+1}V + PN$ en ${}_{k+2}V$.
Bepaal vervolgens X in de volgende uitdrukking: $pr_{k+3/4} = \frac{1}{4} pr_k + \frac{3}{4} pr_{k+1} + X$.

Opgave 4 (10 punten)
Er zijn op een zeker tijdstip k 100 polissen in een verzekeringsportefeuille. Deze noemen we groep A. De netto voorziening voor elk van deze verzekerden is 5000, dus de totale voorziening op tijdstip k is 500.000. Deze voorziening is geheel belegd in leningen met een resterende duur van 10 jaar en een leninginterest van 5%.
De marktrente voor leningen met deze restduur is op dat moment gelijk aan 8% (dus een nieuwe lening met restantduur 10 jaar "doet" 8%).
Op tijdstip k storten 50 nieuwe verzekerden (groep B) ieder een koopsom van 10.000. Alle op tijdstip k te beleggen gelden worden belegd in 10-jarige leningen met een leningrente die gelijk is aan de marktrente op tijdstip k.
Stel dat alle beleggingsopbrengsten via winstdeling aan de verzekerden ten goede komen en dat er tussen tijdstippen k en k+1 geen andere stortingen of uitkeringen zijn, welke van de volgende drie uitspraken (1), (2) en (3) over de winstdeling over jaar [k,k+1] is dan juist?

Het collectieve winstdelingssysteem levert voor groep A

(1) meer
(2) minder
(3) evenveel

op dan/als het individuele winstdelingssysteem.

EINDE VAN HET TENTAMEN!