

Universiteit van Amsterdam, afdeling Kwantitatieve economie, sectie Actuarieat,
W.J. Willemse

Dit tentamen bestaat uit drie opgaven. Het aantal punten per opgave is tussen haakjes gegeven na elke deelopgave (op een totaal van 100 punten). De totale behaalde score wordt gedeeld door 10 en afgerond op 0,5 punt om tot een cijfer te komen. Bij het tentamen mag een formuleblad worden gebruikt, mits verder onbeschreven, versie september 1999 of februari 2004.

VEEL SUCCES!

Opgave 1 (30 punten)

De stochastische contante waarde Y van een n jarige erfrente is gedefinieerd door

$$Y = \begin{cases} 0 & T(x) \geq n \\ \int_{T(x)}^n e^{-\delta t} dt & T(x) < n \end{cases}$$

waarbij $T(x)$ de stochastische toekomstige levensduur is van de verzekerde.

- Bereken op basis van bovenstaande stochast Y de variantie van deze verzekering. (20)
- Wat gebeurt er met de variantie als de interestintensiteit δ stijgt? Wordt deze hoger of lager? Verklaar, zonder te rekenen, in kwalitatieve termen hoe dat komt. (10)

Opgave 2 (30 punten)

Een x -jarige sluit een gemengde verzekering af met een duur van n jaar tegen jaarlijkse netto premiebetaling PN van gelijke duur, waarbij

$$PN = \frac{A_{\overline{x:n}|}}{\ddot{a}_{\overline{x:n}|}}$$

De uitkeringsfuncties worden vastgelegd door

$$u_t^o = \begin{cases} V_{x+t} & \text{voor } t \leq m \\ 1 & \text{voor } m < t < n \end{cases}$$

en

$$U_t = \begin{cases} 0 & \text{voor } t < n \\ 1+k & \text{voor } t \geq n \end{cases}$$

- a. Bepaal V_{x+m} prospectief en retrospectief en vereenvoudig de gevonden uitdrukkingen zoveel mogelijk; bepaal tevens k . (20)
- b. Geef eveneens V_{x+t} voor $0 \leq t \leq m$. (m, n geheel; $m < n$). (10)

Opgave 3 (40 punten)

Een x -jarige man sluit tegen premiebetaling een verzekering af voor een ouderdomspensioen groot R per jaar met nader vast te leggen premierestitutie. Het pensioen gaat in n jaar na sluiten als de verzekerde dan in leven is en wordt prenumerando jaarlijks uitgekeerd zolang verzekerde leeft. Gedurende $[0, n]$ geschiedt jaarlijkse prenumerando brutopremiebetaling PB bij in leven zijn van (x). Indien de verzekerde overlijdt tussen het tijdstip van sluiten van de verzekering en tijdstip $n+5$, worden aan het eind van het overlijdensjaar alle betaalde bruto premies gerestitueerd, verminderd met de eventueel reeds betaalde pensioenuitkeringen. De restitutie geschiedt met oprenting over de relevante tijdsperioden op basis van de interestvoet van het tarief.

De eerste kosten bedragen $100\alpha\%$ van het pensioen, de incassokosten $100\beta\%$ van de brutopremie gedurende de periode van premiebetaling en de jaarlijkse administratiekosten $100\gamma\%$ van het pensioen, zolang de verzekering duurt. De duur n is geheel; aangenomen mag worden dat het te restitueren bedrag bij overlijden steeds positief is.

- a. Stel de relatie op in de vorm van Riemann-Stieltjesintegralen waaruit de brutopremie kan worden opgelost. Herleid vervolgens deze relatie tot een expliciete formule voor de brutopremie PB . (15)
- b. Geef in integraalvorm de prospectieve en retrospectieve premiereserveformule voor een geheel tijdstip k met $0 \leq k \leq n$ volgens de Zillmermethode en vereenvoudig de integralen tot de gebruikelijke actuariële koopsomsymbolen. Het te gebruiken Zillmerpercentage is a_z . (15)
- c. Geef eenjarige netto spaar- en risicopremies voor het $m+1$ -de verzekeringsjaar met $n \leq m < n+5$. Zijn de spaarpremies positief of negatief? Idem voor de risicopremies. (10)