

## Tentamen Levenactuarie 2 – donderdag 22 januari 2009

Vermeld op alle in te leveren papieren uw naam en collegekaartnummer.

Bij elke opgave en bij elk onderdeel van de opgave is aangegeven hoeveel punten er mee behaald kunnen worden. U kunt in totaal maximaal 100 punten behalen. Uw cijfer is het behaalde aantal punten gedeeld door 10.

Het is toegestaan het formuleblad te gebruiken dat gepubliceerd is op de Blackboard site van dit vak (versie juni 2008).

Veel succes.

### Opgave 1 (20 punten)

Gegeven is een verdeling met dichtheidsfunctie

$$f(t) = a^2 t e^{-at}, \quad t \geq 0.$$

a) Bewijs dat

$$s(t) = (1 + at)e^{-at}, \quad t \geq 0. \quad (6)$$

b) Bepaal de functie van de sterfte-intensiteit. (6)

c) Bepaal de verschoven overlevingsfunctie  $s_{T-u}(t)$ . Beschrijf deze functie in termen van verdelingen. (8)

### Opgave 2 (20 punten)

Een gemengde verzekering op het leven van een  $x$ -jarige geeft 500 aan het eind van het jaar van overlijden, gegeven dat dit gebeurt binnen 4 jaar, en 500 als de verzekerde na 4 jaar nog in leven is. De nettopremies worden 4 jaar betaald. Gegeven is  $q_x = 0.01$ ,  $q_{x+1} = 0.02$ ,  $q_{x+2} = 0.03$ . De rente is 5% voor de eerste twee jaar en daarna 4%.

a) Bepaal de verdeling van  ${}_1L$ . (7)

b) Bepaal de voorzieningen  ${}_2V$  en  ${}_3V$ . (7)

c) Controleer het antwoord van onderdeel a) met behulp van het antwoord van onderdeel b) en de formule van Hattendorf. (6)

### Opgave 3 (20 punten)

Stel dat  $Z$  de stochastische contante waarde is van een tijdelijk kapitaal bij overlijden (met duur  $n$ ) met een uitkering direct na overlijden, met rente-intensiteit  $\delta$ .

- a) Schets globaal de dichtheidfunctie van  $Z$ . Maak daarbij gebruik van  $F_T(n)$  en  $S_T(n)$  en  $e^{-\delta n}$ . Licht de schets kort toe. (10)

Stel dat  $Y$  de stochastische contante waarde is van een  $n$  jaar uitgesteld kapitaal bij overlijden met een uitkering direct na overlijden, wederom met rente-intensiteit  $\delta$ .

- b) Beantwoord vraag a) maar nu met  $Y$ . (10)

### Opgave 4 (20 punten)

Stel dat de resterende levensduur  $T$  uniform verdeeld is op  $[0, 50]$ , en de interest-intensiteit  $\delta = 4\%$ . Een verzekeringscontract geeft recht op een uitkering van 1 op het moment van overlijden. Gelijkblijvende premies worden continu betaald voor 50 jaar. De brutopremie is de nettopremie verhoogd met 20% kosten.

- a) Bepaal de kans dat  $L < 0$ . (15)
- b) Stel dat de kostenopslag verlaagd wordt naar 10%, wat is dan de kans dat  $L < 0$ ? (5)

### Opgave 5 (20 punten)

Gegeven zijn twee onafhankelijke stochastische levensduren  $T_1$  en  $T_2$  waarbij de sterfte-intensiteit van  $T_1$  gelijk is aan  $a / (25 - t)$ ,  $0 \leq t < 25$ , en de sterfte-intensiteit van  $T_2$  gelijk is aan  $b / (25 - t)$ ,  $0 \leq t < 25$ . De resterende levensduur  $T$  is het minimum van  $T_1$  en  $T_2$ .

- a) Bepaal de verdelingen  $F(t, 1)$  en  $F(t, 2)$  in termen van  $a$  en  $b$ . (5)
- b) Bepaal de kans op overlijden aan oorzaak 2,  $\Pr(J = 2)$ , in termen van  $a$  en  $b$ . (5)
- c) Een verzekeringscontract geeft recht op een uitkering op het moment van overlijden, gegeven dat  $T_1 < T_2$ . De uitkering op het moment van overlijden op tijdstip  $t$  is  $(25 - t)e^{0.1t}$ . De interest-intensiteit  $\delta$  is constant 10%. Bepaal de contante waarde van de uitkeringen. (10)