

Tentamen Levenactuarieat 2 - woensdag 9 juli 2008

Vermeld op alle in te leveren papieren uw naam en collegekaartnummer.

Bij elke opgave en bij elk onderdeel van de opgave is aangegeven hoeveel punten er mee behaald kunnen worden. U kunt is totaal maximaal 100 punten behalen. Uw cijfer is het behaalde aantal punten gedeeld door 10.

Het is toegestaan het formuleblad te gebruiken dat gepubliceerd is op de Blackboard site van dit vak (versie juni 2008).

Opgave 1 (20 punten)

Stel dat de sterfte-intensiteit gedefinieerd is door

$$\mu_T(t) = \mu, \text{ voor } t \geq 0.$$

In een verzekeringscontract is vastgelegd dat de nabestaanden van de verzekerde een uitkering ontvangen op tijdstip t indien de verzekerde overlijdt op dat tijdstip. De uitkering op tijdstip t is gelijk aan de waarde t die t jaar opgerent wordt met de constante rente-intensiteit. De constante rente-intensiteit is gelijk aan δ .

- Definieer voor dit contract de functies $f_T(t)$, $b(t)$ en $v(t)$. (5)
- Bepaal de verwachtingswaarde van de contante waarde van verplichting die uit dit contract voortvloeit indien de sterfte-intensiteit van de verzekerde gedefinieerd is zoals hierboven. (8)
- Bepaal de variantie van de contante waarde. (7)

(Merk op dat $\Gamma(z) = (z - 1)! = a^z \int_0^{\infty} t^{z-1} e^{-at} dt$, voor $z > 0$).

Opgave 2 (20 punten)

Beschouw twee personen. De eerste persoon is 40 jaar en rookt niet. Veronderstel dat van niet-rokende personen de sterfte-intensiteit op nuljarige leeftijd een *de Moivre*-verdeling volgt met maximumleeftijd $\omega = 80$. De tweede persoon is 30 jaar en rookt stevig. De sterfte-intensiteit voor stevig rokende personen op nuljarige leeftijd is gelijk aan een aangepaste *de Moivre*-verdeling volgt met dezelfde maximumleeftijd maar met $\alpha = 1,5$.

- Bepaal de overlevingsfuncties en de dichtheidsfuncties van beide personen op basis van bovenstaande sterfte-intensiteiten. (10)

- b. Bereken de gemiddelde resterende levensduur van beide personen op basis van bovenstaande sterfte-intensiteiten. Wie van deze personen heeft gemiddeld de langste resterende levensduur. (10)

Opgave 3 (25 punten)

Gegeven zijn een tijdelijke verzekering voor een kapitaal bij overlijden voor een 50-jarige sterftekansen $q_{50} = 0,03$; $q_{51} = 0,04$ en $q_{52} = 0,04$. De duur van de verzekering is drie jaar. Er geldt $i(0,1) = 0,05$; $i(1,2) = 0,05$ en $i(2,3) = 0,06$. De uitkering bij overlijden is elk jaar 100 en de premies bedragen $\pi_0 = 10$; $\pi_1 = 12$ en $\pi_2 = 12$.

- a. Geef de verdeling van het verlies op tijdstip 0. (9)
- b. Geef de verdeling van het verlies op tijdstip 1. (9)
- c. Bereken de voorziening op tijdstip 1. (7)

Opgave 4 (15 punten)

Gegeven is dat de overlevingsfunctie van een pasgeborene lineair dalend is met maximumleeftijd ω . Stel verder dat de rente-intensiteit constant δ is.

Laat \bar{Z} de verdeling zijn van een levenslange overlijdensverzekering.

- a. Bewijs dat op basis van de levensduur en rente- intensiteit geldt

$$F_{\bar{Z}}(z) = 1 + \frac{\ln z}{\delta\omega}. \quad (5)$$

Laat \bar{Y} de verdeling zijn van een levenslange annuïteit.

- b. Bewijs dat $F_{\bar{Y}}(y) = \frac{-\ln(1 - \delta y)}{\delta\omega}$ (5)

- c. Leg verbaal uit wat de verdeling van \bar{Y} betekent. (5)

Opgave 5 (20 punten)

Beschouw twee oorzaken van het beëindigen van een verzekering T_1 (natuurlijk verval) en T_2 (onnatuurlijk verval). 20% van de opzeggingen vindt plaats op tijdstip $\frac{1}{4}$ en 80% vindt plaats op tijdstip $\frac{3}{4}$. De overlijdensgevallen zijn uniform verdeeld over het jaar. De discrete intensiteit van natuurlijk verval is $q^{(\text{natuurlijk})} = 0,16$ en van opzegging is $q^{(\text{onnatuurlijk})} = 0,04$.

- a. Bereken $q_x^{\text{natuurlijk}}$ en $q_x^{\text{onnatuurlijk}}$. (20)