Tentamen Levenactuariaat 2 - donderdag 12 juni 2008

Vermeld op alle in te leveren papieren uw naam en collegekaartnummer.

Bij elke opgave en bij elk onderdeel van de opgave is aangegeven hoeveel punten er mee behaald kunnen worden. U kunt is totaal maximaal 100 punten behalen. Uw cijfer is het behaalde aantal punten gedeeld door 10.

Het is toegestaan het formuleblad te gebruiken dat gepubliceerd is op Blackboard site van dit vak (versie juni 2008).

Opgave 1 (20 punten)

Stel dat de sterfte-intensiteit gedefinieerd is door

$\mu_T(t) = \mu$, voor $t \geq 0$.

In een verzekeringscontract is vastgelegd dat de nabestaanden van de verzekerde een uitkering van t ontvangen op tijdstip t, indien de verzekerde overlijdt op dat tijdstip. De constante rente-intensiteit is gelijk aan δ.

a. Definieer voor dit contract de functies $f_T(t)$, $b(t)$ en $v(t)$. (5)

b. Bepaal de verwachtingswaarde van de contante waarde van verplichting die uit dit contract voortvloeit indien de sterfte-intensiteit van de verzekerde gedefinieerd is zoals hierboven. (8)

c. Bepaal de variantie van de contante waarde. (7)

(Merk op dat $\Gamma(z) = (z-1)! = a^z \int_0^\infty t^{z-1} e^{-at} \mathrm{d}t$, voor $z > 0$).

Opgave 2 (20 punten)

Gegeven dichtheidsfunctie $f(t)$ voor de resterende levensduur T die gedefinieerd is door

$f_T(t) = \frac{16-t}{128}$, voor $0 \leq t < 16$.

Een tijdelijke annuïteit betaalt jaarlijks 1 met continue premiebetaling tot het tijdstip van overlijden of tot tijdstip 8 (indien eerder). De rente is 0.

Stel dat $\overline{Y}$ de contante waarde is van de verplichtingen.

a. Druk $\overline{Y}$ uit als functie van T. (5)

b. Bereken $E\left[\overline{Y}\right]$ en $\mathrm{var}\left[\overline{Y}\right]$. (7)

De koopsom voor deze verzekering is de verwachtingswaarde plus 20% risicomarge

c. Bereken de kans dat de koopsom voldoende is voor de verplichtingen. (8)

Opgave 3 (20 punten)

Gegeven zijn een tijdelijke verzekering voor een kapitaal bij overlijden voor een 50-jarige sterftekansen $q_{50} = 0{,}01$, $q_{51} = 0{,}02$ en $q_{52} = 0{,}02$. De duur van de verzekering is drie jaar. Er geldt $v(0{,}1) = 0{,}04$, $v(1{,}2) = 0{,}05$ en $v(2{,}3) = 0{,}06$. De uitkering bij overlijden is elk jaar 100 en de premies bedragen $\pi_0 = 8$, $\pi_1 = 10$ en $\pi_2 = 10$.

a. Geef de verdeling van het verlies op tijdstip 0. (7)

b. Geef de verdeling van het verlies op tijdstip 1. (7)

c. Bereken de voorziening op tijdstip 1. (6)

Opgave 4 (15 punten)

Gegeven is dat de resterende levensduur exponentieel verdeeld is met constante sterfte-intensiteit μ. Stel verder dat de rente-intensiteit constant δ is en $N = \infty$.

Laat $\overline{Z}$ de verdeling zijn van een levenslange overlijdensverzekering.

a. Bewijs dat op basis van de gegevens resterende levensduur en rente-intensiteit geldt $F_{\overline{Z}}(z) = z^{\mu/\delta}$. (7)

Laat $\overline{Y}$ de verdeling zijn van een levenslange annuïteit.

b. Bewijs dat $F_{\overline{Y}}(y) = 1 - (1 - \delta y)^{\mu/\delta}$. (8)

Opgave 5 (25 punten)

Stel dat ieder mens uiteindelijk overlijdt aan één van drie onafhankelijke doodsoorzaken d_1, d_2 en d_3. De resterende levensduur T_1 van de eerste oorzaak is uniform verdeeld op het interval [0, 70]. Levensduur T_2 is uniform verdeeld op het interval [0, 80] en levensduur T_3 is uniform verdeeld op het interval [0, 90].

a. Bereken de kans dat een pasgeborene overlijdt aan oorzaak d_1 voordat het de vijftig jarige leeftijd bereikt. (8)

b. Bereken de kans dat een pasgeborene uiteindelijk overlijdt aan oorzaak d_3. (8)

Een verzekeringcontract betaalt een uitkering van 1 bij overlijden aan oorzaak d_2. De rente-intensiteit is constant 0.1.

c. Bereken de verwachtingswaarde van de verplichting die uit dit contract voortvloeit. (9)