

Tentamen OR1S, donderdag 6 januari 2011, 14.00 - 17.00 uur.
Zorg voor heldere formuleringen en duidelijke uitwerkingen.

Opgave 1.

Op een drukke antiekmarkt meent een liefhebber een koopje te ontdekken; een, niet gesigneerd, maar waarschijnlijk laat 18 eeuws schilderij van een weinig bekende meester. Vaste prijs 1900 euro. Hij denkt te weten wie de meester is en vermoedt dat het wel eens veel meer waard kon zijn. Hij schat de kans op 25 procent dat het wel 5000 euro waard is. Is het niet van de betreffende meester, dan is de prijs gewoon te hoog en is het hem niet meer dan 1000 euro waard. Nu moet hij beslissen: of kopen, of foto's maken en die op zijn laptop in de auto gaan analyseren. Na die analyse zal hij nog steeds niet zeker weten of het wel of niet deze meester is. Als het echt van deze meester is zal hij dat met kans 80 procent ook concluderen. Is het hem niet, dan zal hij met 40 procent kans, enigszins verblind, toch blijven denken dat het 'zijn meester' is. Het risico van foto's maken en naar de auto lopen is dat een ander hem voor is en dat het schilderij weg is als hij terugkomt. De kans daarop kan hij moeilijk inschatten.

- a) Wat moet hij doen als de kans dat het schilderij bij terugkomst weg is 25 procent is? [18 pt]
b) Hoe varieert zijn beslissing met de waarde van deze onbekende kans?[7 pt]

Opgave 2

Een machine wordt wekelijks geïnspecteerd. Daarbij wordt de toestand van de machine gekwalificeerd als 1: Uitstekend, 2: Goed, 3: Redelijk of 4: Slecht. De kosten per week hangen af van de toestand van de machine en bedragen gemiddeld 500 in toestand 1, 1500 in 2, 2000 in 3 en 4000 euro in toestand 4. Zodra de machine in toestand 4 komt, wordt een nieuwe machine besteld. Die komt echter pas na 2 weken, zodat in de tussentijd met de slechte machine verder geproduceerd moet worden. De prijs van een nieuwe machine is 35000 euro. Het leven van een machine wordt beschreven door de overgangskansen: $p_{11} = 0.8$, $p_{12} = 0.2$, $p_{22} = 0.75$, $p_{23} = 0.25$, $p_{32} = 0.1$, $p_{33} = 0.5$, $p_{34} = 0.4$, ~~$p_{34} = 0.25$~~ , $p_{44} = 1$ (zolang niet vervangen). Alle andere overgangskansen zijn 0.

- a) Stel een Markov model op. [5 pt]
b) Bepaal de evenwichtsverdeling (een slechte wordt dus uiteindelijk weer vervangen) en de gemiddelde kosten per week. [20 pt]

Opgave 3.

Een bedrijf produceert op een bepaalde machine op order (dus niet op voorraad) voor klanten. Per dag arriveren er volgens een Poisson proces gemiddeld 3 orders. Elke order vergt een negatief exponentieel verdeelde duur van gemiddeld een halve dag. De helft van de orders is voor vaste klanten, de andere helft voor incidentele. Zodra er 2 orders in het systeem zijn, accepteert men alleen nog orders van vaste klanten. De incidentele klanten zijn pas weer welkom als het aantal orders maximaal 1 is.

- a) Beschrijf dit systeem met behulp van een stroomdiagram. [5 pt]
- b) Bepaal de evenwichtsverdeling van het systeem. [15 pt]
- c) Bepaal het gemiddelde aantal klanten in het systeem. [5 pt]

Opgave 4.

In deze barre winter wordt het verwarmingsbedrijf Z. overspoeld met verzoeken om assistentie. Er zijn echter maar twee monteurs en ze willen klanten niet te lang laten wachten. Daarom heeft het bedrijf besloten maximaal 5 opdrachten in portefeuille te willen hebben. Dat houdt in dat klanten, die aankomen als er al 5 klanten zijn, worden doorverwezen. Zodra er dan weer een klant afgehandeld is, kan er weer een nieuwe geaccepteerd worden. Klanten arriveren volgens een Poisson proces met een gemiddelde van 1 per uur. De tijd benodigd om een klant te helpen is negatief exponentieel verdeeld met een gemiddelde van 2 uur. Elke klant wordt door maar een monteur geholpen. Neem aan dat er van 8 uur 's ochtends tot 6 uur 's avonds volcontinu gewerkt wordt en dat alleen in deze periode klanten bellen.

- a) Beschrijf dit systeem met behulp van een stroomdiagram. [5 pt]
- b) Bepaal de evenwichtsverdeling van het systeem. [15 pt]
- c) Bepaal het gemiddelde aantal wachtende klanten. [5 pt]