

## -- Uitwerking --

### Tentamen Pensioenactuarieat 1, 20-6-2003 , 9.30 - 12.30 u.

**Het tentamencijfer voor Pensioenactuarieat 1 komt als volgt tot stand:**

30 pt. Eindcijfer voor de opdrachten 1 t/m 4 bij het college.

30 pt kennis + inzicht: 10 vraagstukken / 3 punten per vraagstuk.

40 pt vaardigheid: 4 sommen / puntenverdeling is aangegeven bij elke som.

- Houd de antwoorden beknopt: feiten mogen in telegramstijl; argumentaties als richtlijn tot 100 woorden (per subvraag).
- Geef bij de sommen altijd eerst de formule, dan pas de invulling met getallen en het antwoord.
- Bij dit tentamen hoort een vel met actuariële tabellen. Verder is alleen schrijfmateriaal en een rekenmachine toegestaan.

#### 1. Het pensioengebouw

Nederlandse pensioenfondsen zijn in de afgelopen decennia gekenmerkt geweest door een oplopende rijpingsgraad. Wat is de verklaring hiervoor?

2	Vooraf door de rijping van pensioenregelingen die zijn ontstaan vanaf de jaren '50, met in het begin alleen actieve deelnemers. Geleidelijk aan is een steeds groter deel van de beroepsbevolking deelnemer in een pensioenregeling. Van de huidige
1	Ten tweede door de vergrijzing van de Nederlandse bevolking.

#### 2. Welk pensioenstelsel?

In het artikel van Bodie, Marcus & Merton uit de reader wordt het volgende gesteld:

“Defined Benefit plans can create implicit securities that can be welfare improving and that are neither currently available on capital markets nor likely to be created in capital markets in the future (p. 145)”.

Vraag: Licht toe wat door BMM hiermee bedoeld wordt?

1	DB regelingen zeggen een loongerelateerd geïndexeerd pensioen toe.
1	<u>Loongerelateerd</u> biedt dekking tegen loonpadrisico. Dergelijke financiële titel is niet beschikbaar op financiële markten en ook niet op traditionele verzekeringsmarkten. Combinatie van DB pensioen (loon) en eigen besparingen (rendement) geeft diversificatie van factor share uncertainty.
1	<u>Geïndexeerd pensioen</u> stemt overeen met index-obligaties. Slechts in zeer geringe mate beschikbaar op de financiële markten in de wereld. Niet beschikbaar in Nederland
1	Een <u>collectieve</u> DB regeling biedt uitgesteld lijfrente tegen faire prijs en lage kosten. Geen adverse selection problematiek.

#### 3. Welk pensioenstelsel?

Bodie, Marcus & Merton beschrijven diverse trade-offs tussen DB en DC regelingen.

Vraag: Noem één van deze trade-offs en licht deze toe.

	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Beleggingsvrijheid en - rendement DC-deelnemer loopt meer renterisico maar heeft wel meer flexibiliteit: DB-deelnemer belegt verplicht in (nominale) uitgestelde lijfrentes.</li><li>▪ Opbouwpatroon DB is meer 'backloaded' (in de latere periode veel meer rechtenopbouw dan aan het begin); maar bij DC met stijgende premiestaffel kan dat ook zo zijn.</li><li>▪ Overdraagbaarheid Bij DC in het algemeen minder problemen bij waardeoverdracht</li><li>▪ Stimulering DB geeft de werknemer een extra stimulans om salarisstijgingen na te jagen.</li></ul>
--	--

4. Welk pensioenstelsel?

In Hoofdstuk 3 is het begrip Pareto-efficiëntie aan de orde gekomen, en het artikel van Breyer uit de reader draagt als titel: "On the intergenerational Pareto efficiency of pay-as-you-go financed pension systems".

Vragen:

- Wat is Pareto-efficiëntie?
- Wat bedoelt Breyer met deze titel?

1	Pareto-efficiëntie: een verdeling van middelen die ontstaat is dusdanig, dat er geen verbetering voor het ene individu mogelijk is, zonder het andere individu te benadelen In de pensioensituatie gaat het om verdeling van inkomens tussen generaties.
2	Breyer onderzoekt de Pareto-efficiëntie van de allocatie van consumptie over de generaties bij een publiek pensioensysteem. Bij omslag heeft de eerste generatie ouderen een groot voordeel ten opzichte van kapitaaldekking; Breyer onderzoekt of een transitie naar kapitaaldekking mogelijk is zonder deze groep individuen tekort te doen.

5. Opbouw van pensioenrecht

De fiscale wetgeving stelt grenzen aan de hoogte van pensioenregelingen, gebaseerd op de norm dat een adequaat ouderdomspensioen van maximaal 70% van het laatstgenoten salaris moet kunnen worden opgebouwd in 35 jaar.

Vragen (alleen voor ouderdomspensioen):

- Tot welke normen heeft dit geleid voor eindloonregelingen?
- Welke normen gelden voor middelloonregelingen?
- Welke normen gelden voor beschikbare premieregelingen?

1	Max. opbouwpercentage 2,0 %
1	Max. opbouwpercentage 2,25% (ook bij geïndexeerd middelloon)
1	Max. toegestane premiestaffels, gebaseerd op de opbouw bij middelloon. Premie loopt op van 5,5% naar 28,8% van de grondslag.

6. Pensioenfinanciering

Vragen:

- Geef een beknopte omschrijving van de werking van de (65-x)-financieringsmethode.
- Lijkt dit systeem meer op affinanciering of juist meer op lasten-minus-baten met gelijkblijvende premie?
- Waarom is het (65-x)-systeem niet meer toegestaan?

1	Elke pensioentoezegging wordt gelijkmatig over de <u>resterende loopbaan</u> gefinancierd door het bedrag op te delen door <u>het aantal nog te werken jaren</u> . In elk jaar wordt dan een <u>affinancieringskoopsom</u> gestort voor het in te kopen pensioenbedrag .
1	Het lijkt op affinanciering doordat elk jaar de toename van OP wordt bepaald om te financieren, en doordat elk jaar een affinancieringskoopsom wordt gestort. Het lijkt op L-B doordat de financiering wordt uitgesmeerd over de toekomstige loopbaan.
1	Het is verboden om de volgende redenen: 1. pensioenpremie verloopt ongelijkmatig over de loopbaan. 2. op individueel niveau is er altijd een financieringsachterstand, dit leidt tot een verlies bij ontslag. 3. BELANGRIJKSTE: inhaalfinanciering is niet meer toegestaan om dat er ook op collectief niveau een financieringsachterstand is; waardoor pensioenfondsen in de problemen kunnen komen. Voorbeelden : DAF, Fokker, onvoldoende gefinancierd bij liquidatie.

7. Pensioenfinanciering

In het artikel van Ponds uit reader wordt gesteld dat voor de pensioenfondsen en de overheid generational accounting van nut kan zijn.

Vragen:

- Wat wordt bedoeld met generational accounting?
- Noem 2 overeenkomsten tussen generational accounting bij de overheid en bij pensioenfondsen?

	Algemeen: generational accounting is een financieringsmethode waarbij een gelijke verdeling van welvaart per generatie het doel is. De baten en lasten worden per cohort uitgesplitst.
	Overeenkomsten tussen generational accounting bij pensioen en bij overheidsfinanciën: <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ De intertemporele budget constraint: bij pensioenfondsen wordt een eis opgelegd aan de dekkinggraad, bij de overheidsfinanciën aan de ontwikkeling van de overheidsschuld.</li> <li>▪ Beleidsinstrument voor een sluitende balans: bij psf. is dat de premie, bij overheidsfin. het belastingtarief.</li> </ul>

8. Waardering van pensioenverplichtingen

In de syllabus worden de traditioneel-actuariële benadering en de financieel-economische benadering (fair value) voor de waardering van pensioenverplichtingen vergeleken op kernaspecten.

Vraag: Noem de verschillen tussen beide benaderingen op de relevante kernaspecten (4 stuks).

	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Waardering : ervaringsregels retrospectief vs. marktconform en prospectief</li> <li>▪ Risico: verondersteld, prudentie, smoothing vs. feitelijk, expliciet</li> <li>▪ Doel: Stabiliteit premie en dekkinggraad vs. inzicht in financiële positie</li> <li>▪ Toezicht: deterministisch vs. risico - georiënteerd</li> </ul>
--	---

9. Waardering van pensioenverplichtingen

In hoofdstuk 6 is de perfect hedge portfolio aan de orde gekomen.

Vragen:

- Wat wordt verstaan onder de perfect hedge portfolio?
- Hoe ziet de perfect hedge portfolio eruit voor:
  - een levensverzekeraar met alleen nominale aanspraken (kapitaalverzekeringen)
  - een pensioenfonds met alleen nominale aanspraken (geen indexatie)
  - een pensioenfonds met alleen geïndexeerde aanspraken.

1	De perfect hedge portfolio: de beleggingsportefeuille waarvan de jaarlijkse kasstromen een perfecte match hebben met de verwachte kasstromen van de verplichtingen.
2	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ levensverzekeraar: zero-coupon obligaties</li> <li>▪ nominale pensioenaanspraken: zero-coupon obligaties</li> <li>▪ geïndexeerde pensioenaanspraken: indexobligaties.</li> </ul>

10. Risicobeheer bij pensioenfondsen

In het artikel van Chapman, Gordon & Speed uit de reader wordt het pensioenfonds getypeerd als een 'zero-sum game'.

Vraag: Wat wordt door de auteurs hiermee bedoeld?

3	Zero sum game: elke toename van waarde voor een stakeholder zal resulteren in een afname voor een andere stakeholder .
---	--

**Opgave 11 (Overlappende Generatiemodel)** (2+2+2+3+3 = 12)

In een eenvoudige economie die gemodelleerd kan worden met een 2-perioden 2-generaties model, geldt dat de bevolkingsgroei  $n = 0,20$ , en de productiviteitsstijging per periode  $m = 0,20$ .

Het levensduurinkomen  $w$  wordt door de individuen toegeedeeld over de 2 levensperiodes door het optimaliseren van de

nutsfunctie  $u(c_1, c_2) = \left[ (c_1)^3 + (c_2)^3 \right]^{1/3}$ .

De economie verkeert bij de gegeven technologie in een evenwichtssituatie waarin de welvaart optimaal is: de Golden Rule. Ook geldt een pensioenstelsel met een eindlooppensioen ter grootte van een fractie  $b$  van het eigen loon uit de vorige periode. De pensioenen zijn welvaartsvast en worden via het omslagstelsel gefinancierd.

Gevraagd:

- Wat geldt in deze situatie voor  $r$ , de beloningsvoet voor kapitaal?
- Hoe groot is de spaarquote  $s$ ?
- Als de pensioenpremie  $p^{OS}$  gelijk is aan de spaarquote  $s$ , hoe groot is dan  $b$ ?

De bevolking gaat vergrijzen, naar verwachting zal de bevolkingsaanwas dalen naar  $n^* = 0,10$ . De jongere generatie in periode  $t$  verwacht dat deze daling in de volgende generatie al manifest zal worden (dus  $N_{t+1} = (1+n^*)N_t$ ). Zij laten zich voor hun pensioen adviseren door een actuaaris. De actuaaris adviseert dat nu kapitaaldekking goedkoper zal worden dan omslagdekking. De jonge generatie in periode  $t$  besluit over te stappen naar een kapitaaldekkingssysteem. De pensioenen mogen niet worden aangetast.

Gevraagd:

- Heeft de actuaaris gelijk met het gegeven advies?
- Bepaal de totale premielast voor de jonge generatie die besluit deze transitie uit te voeren.

a 2	$r = n+m = 0,40$ .
b 2	<p>We moeten optimaliseren <math>u(c_1, c_2) = \left[ (c_1)^3 + (c_2)^3 \right]^{1/3}</math> met de budgetrestrictie <math>c_1 + c_2 / (1+r) - w = 0</math>.</p> <p>De Lagrangiaan is <math>L(c_1, c_2, \mathbf{I}) = u(c_1, c_2) - \left[ c_1 + \frac{c_2}{(1+r)} - w \right]</math>.</p> <p>Uitwerking van de eerste orde voorwaarden geeft:</p> $\frac{\partial L}{\partial c_1} = \frac{1}{3} (c_1^3 + c_2^3)^{-2/3} \cdot 3c_1^2 - \mathbf{I} = 0$ $\frac{1}{3} (c_1^3 + c_2^3)^{-2/3} \cdot 3c_2^2 - \frac{\mathbf{I}}{1+r} = 0$ $c_1 + c_2 / (1+r) - w = 0$ <p>Breng bij de eerste twee vergelijkingen <math>\lambda</math> naar rechts en stel ze dan gelijk aan elkaar, dan kun je de term <math>\frac{1}{3} \cdot (c_1^3 + c_2^3)^{-2/3} \cdot 3</math> weghalen en blijft over <math>c_1^2 = c_2^2 (1+r)</math> oftewel <math>c_2 = \frac{c_1}{(1+r)^{1/2}}</math>.</p> <p>Dit kun je in de budgetvergelijking invullen, dan krijg je <math>c_1 + \frac{c_1}{(1+r)^{3/2}} = w</math>, oftewel met <math>r = 0,04</math>:</p> $c_1 = 0,3764 \cdot w$ <p>Hieruit volgt de spaarquote <math>s</math>, want er geldt immers dat <math>s \cdot w = w - c_1 = 0,6236 \cdot w</math>.</p> <p>Controle van de 2e orde voorwaarden geeft uitsluitsel dat het gevonden extreem een maximum is.</p>
c 3	$p^{OS} \cdot w_{t+1} N_{t+1} = p^{OS} (1+m) w_t (1+n) N_t = b \cdot w_t (1+m) N_t$ dus

	$P^{OS} = \frac{b}{(1+n_t)} = \frac{0,748}{1,2} = 0,623$ en dat is natuurlijk weer de spaarquote die we al eerder hadden berekend.
d 3	De premie voor kapitaaldekking leidt je af uit de individuele gelijkheid: $P^{KD} w_t (1+r_t) = b(1+m_t) w_t \quad \text{of} \quad P^{KD} = \frac{b(1+m_t)}{(1+r_t)} = \frac{0,748(1,2)}{1,4} = 0,6411$ <p>Je ziet dat omslag goedkoper is dan kapitaaldekking. Dit vind je ook direct door de Aaron-conditie toe te passen:</p> $P^{OS} < P^{KD} \Leftrightarrow (1+n) > \frac{(1+r)}{(1+m)}$ <p>Uitgangssituatie: <math>1,20 &gt; 1,1667</math> dus omslag was in de evenwichtssituatie goedkoper dan kapitaaldekking. Het lijkt er niet op dat de actuaaris dat gezien had.</p> <p>Als gevolg van de vergrijzing wijzigen <math>n</math> en <math>r</math>, in de nieuwe evenwichtssituatie zal <math>r = 0,30</math> worden. De verhouding wordt dan: <math>1,10 &gt; 1,08</math>, dus omslag blijft uiteindelijk ook op de langere termijn goedkoper. Conclusie: De actuaaris heeft ongelijk.</p>
e 2	Voor de huidige generatie is de omslagpremie voor de ouderen is $P^{OS} = 0,623$ . (dit is dus nog gebaseerd op de bestaande groeivoet bevolking, niet op de toekomstige groeivoet). De kapitaaldekkingspremie voor de huidige generatie jongeren is $P^{KD} = \frac{b(1+m_t)}{(1+r_t)} = \frac{0,748 \cdot 1,20}{1,30} = 0,6905.$ <p>De totale premielast is groter dan het besteedbaar inkomen, dus deze generatie kan de dubbele premielast alleen maar dragen door te lenen, dus een beroep te doen op de komende generaties.</p>

**Opgave 12** (*Pensioenopbouw en conversie bij echtscheiding*) (2+2+3+3+2 = 12)

Een man en vrouw zijn op  $t=20$  beiden exact 45 jaar en zijn dan exact 15 jaar getrouwd in gemeenschap van goederen. Zij zijn nooit eerder gehuwd geweest, maar gaan nu (op  $t=20$ ) scheiden.

Beiden nemen deel aan dezelfde pensioenregeling met de volgende kenmerken:

- Ouderdomspensioen: eindloon met opbouwpercentage 1,75% en franchise 15.000.
- Nabestaandenpensioen: opbouw van aanspraken met een opbouwpercentage van 1,225% per dienstjaar en franchise 15.000. Bij overlijden vóór de pensioendatum is het nabestaandenpensioen gelijk aan 70% van het dan in het vooruitzicht gestelde ouderdomspensioen.

De man heeft 10 dienstjaren en een pensioengevend salaris van 30.000.

De vrouw heeft 20 dienstjaren en een pensioengevend salaris van 50.000.

Op grond van de Wet vereniging van pensioenrechten bij echtscheiding (WVP) hebben de ex-gehuwden recht op ieder de helft van het tijdens het huwelijk opgebouwde ouderdomspensioen. De opgebouwde aanspraak op nabestaandenpensioen op de echtscheidingsdatum komt geheel toe aan de (ex)-nabestaande.

Er zijn twee mogelijkheden om de verdeelde pensioenaanspraken uit te betalen:

- i. De ex-echtgenoot krijgt uitbetalingsrechten: het pensioenfonds keert te zijner tijd (delen van) het OP en/of NP uit aan de ex.
- ii. De ex-echtgenoot krijgt dmv. *conversie* zelfstandig recht op ouderdomspensioen. De conversie wordt actuariael neutraal uitgevoerd.

Gevraagd:

- a. Bepaal de opgebouwde pensioenaanspraken van de man en de vrouw direct voor de toepassing van de WVP.
- b. Als de man en vrouw beiden voor methode 1 kiezen, bepaal dan hun rechten op de echtscheidingsdatum en geef aan wanneer deze tot uitkering komen.
- c. Als de man besluit tot conversie voor zijn aanspraken, bepaal dan welke aanspraak op ouderdomspensioen hij direct na de echtscheiding heeft.
- d. Idem voor de vrouw.
- e. Is de conversie voor beiden gunstig?

a	<p>Man:  <math>OPm_{20} = 10 \cdot 0,0175 \cdot (30.000 - 15.000) = 2625</math>  <math>NPm_{20} = 10 \cdot 0,01225 \cdot (30.000 - 15.000) = 1837,50</math>  Vrouw:  <math>OPv_{20} = 20 \cdot 0,0175 \cdot (50.000 - 15.000) = 12.250</math>  <math>NPv_{20} = 20 \cdot 0,0175 \cdot (50.000 - 15.000) = 8.575</math></p>
b	<p>Man verkrijgt bij in leven zijn :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ behoudt 50% van <math>OPm_{20} = 1.312,50</math> vanaf 65 jaar.</li> <li>▪ verkrijgt recht op OP van de vrouw: <math>15/20 \cdot 50\%</math> is 37,5% van <math>OPv_{20} = 4.593,75</math>, te betalen bij in leven zijn van de vrouw na 65 jaar.</li> <li>▪ verkrijgt het volledige nabestaandenpensioen van de vrouw: <math>NPv_{20} = 8.575</math>, te betalen na overlijden van zijn ex-vrouw.</li> </ul> <p>Vrouw verkrijgt bij in leven zijn:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ behoudt 62,5% van <math>OPv_{20} = 7.656,25</math>, te betalen vanaf 65 jaar.</li> <li>▪ verkrijgt recht op OP van de man: 50% van <math>OPm_{20} = 1.312,50</math>, te betalen bij in leven zijn de man na 65 jaar.</li> <li>▪ verkrijgt het volledige nabestaandenpensioen van de man <math>NPm_{20} = 1.837,50</math>, te betalen na overlijden van haar ex-man.</li> </ul> <p>Merk op dat voor beiden het pensioen na overlijden van de ex-echtgenoot hoger zal zijn dan daarvoor.</p>
c	<p>De conversie gaat over de twee uitbetalingsrechten, het ouderdompensioen en het nabestaandenpensioen.  ACW van de uitbetalingsrechten:  <math>4.593,75 \cdot {}_{20 }\ddot{a}_{45(v)} + 8.575 \cdot \ddot{a}_{45(v) 45(m)} = 4.593,75 \cdot 6,340 + 8.575 \cdot 1,394 = 41.077,925</math></p> <p>De ACW van 1 eenheid in te kopen ouderdompensioen is 4,837, dus het zelfstandig recht op ouderdompensioen wordt <math>41.077,925 / 4,837 = 8.492,44</math>.</p> <p>Tel dit bij het behouden recht en hij heeft dan <math>1.312,50 + 8.492,44 = 9.804,94</math> zelfstandig ouderdompensioen.</p>
d	<p>De conversie gaat over de twee uitbetalingsrechten, het ouderdompensioen en het nabestaandenpensioen.  ACW van de uitbetalingsrechten:  <math>1.312,50 \cdot {}_{20 }\ddot{a}_{45(m)} + 1.837,50 \cdot \ddot{a}_{45(m) 45(v)} = 1.312,50 \cdot 4,837 + 1.837,50 \cdot 3,138 = 12.114,64</math></p> <p>De ACW van 1 eenheid in te kopen ouderdompensioen is 6,340, dus het zelfstandig recht op ouderdompensioen wordt <math>12.114,64 / 6,340 = 1.910,83</math>.</p> <p>Tel dit bij het behouden recht en zij heeft dan <math>7.656,25 + 1.910,83 = 9.567,08</math> zelfstandig ouderdompensioen.</p>
e	<p>Door de conversies worden alle nabestaandenpensioenen opgeheven, dus per saldo zullen de ouderdompensioenen stijgen.  Vergelijk je alleen de ouderdompensioenen, dan is de situatie als volgt:  De man converteert NP + 4.593,75 ouderdompensioen in 8.492,44 zelfstandig ouderdompensioen  De vrouw converteert NP + 1.312,50 ouderdompensioen in 1.910,83 zelfstandig ouderdompensioen.</p> <p>De conversies zijn budgettair neutraal uitgevoerd, dus eigenlijk kun je niet spreken van gunstig of ongunstig.</p>

**Opgave 13 (Pensioenfinanciering) (4+2+2+2 = 10)**

Meneer X treedt op 25-jarige leeftijd in dienst bij een werkgever met een pensioenregeling. Het salaris is in de eerste 10 jaren gelijk aan 30.000, daarna 30 jaar lang gelijk aan 45.000.

De pensioenregeling is een middelloonregeling met opbouwpercentage 2%, pensioenleeftijd 65 jaar en franchise 10.000.

Het pensioen wordt gefinancierd met een Lasten-minus-Baten systeem met gelijkblijvende premie, prenumerando betaalbaar.  $P_0$  is de premie voor het eerste jaar, die op  $t=0$  verschuldigd is, als meneer X precies 25 jaar oud is.

Gevraagd:

- Bepaal de hoogte van  $P_0$ ,  $P_{20}$  en de premieverhouding bij dit systeem.
- Bepaal de waarde van de pensioenverplichting  $V_t$  op  $t = 20$ .
- Hoe hoog is de actuariële dekkingsgraad op  $t = 20$ ?

Op  $t = 20$  gaat de werkgever failliet, meneer X wordt ontslagen en wordt slaper. Het pensioenfonds komt in een afwikkelingsscenario. De pensioenaanspraken worden aan een verzekeraar overgedragen. De verzekeraar hanteert dezelfde kansgrondslagen, verhoogd met 5% kostenopslag op elke koopsom. Voor meneer X is het kapitaal  $V_{20}$  beschikbaar om de opgebouwde aanspraken zeker te stellen.

Gevraagd:

- Can het opgebouwde pensioenrecht van X verzekerd worden? Bepaal het overschot of tekort.

a	$P_0 = PENS_0 \frac{40 \ddot{a}_{25}}{\ddot{a}_{25:40}} = 40 \cdot 0,02 \cdot 20.000 \cdot \frac{2,371}{21,500} = 1.764,47$
1	$\Delta PENS = PENS_{10} - PENS_9 = 0,02 \cdot (10 \cdot 20.000 + 30 \cdot 35.000) - 16.000 = 25.000 - 16.000 = 9.000$
1	$P_{10} = P_0 + \Delta PENS \frac{30 \ddot{a}_{35}}{\ddot{a}_{35:30}} = P_0 + 9.000 \frac{3,372}{18,384} = 1.764,47 + 1.651,68 = 3416,15 = P_{20}$
1	$P_{20}$ is de hoogste premie, dus de premieverhouding is $P_{20}/P_0 = 1,936$ .
b	$V_{20} = CWL_{20} - CWB_{20} = PENS_{20} \cdot {}_{20} \ddot{a}_{45} - P_{20} \cdot \ddot{a}_{45:20} = 25.000 \cdot 4,837 - 3416,15 \cdot 14,097 = 72.790,79$
c	$VOR_{20} = OP_{20} \cdot {}_{20} \ddot{a}_{45} = 0,02 \cdot (10 \cdot 20.000 + 10 \cdot 35.000) \cdot 4,837 = 11.000 \cdot 4,837 = 53.207.$ De dekkingsgraad is $V_{20} / VOR_{20} = 72.790,79 / 53.207 = 1,37$
d	Er is 37% overschot, daar gaat 5% van af voor kosten, dan is er nog 32% overschot. Antwoord is ja.

**Opgave 14 (Waardering van pensioenverplichtingen) (2+2+2 = 6)**

Bij een vereenvoudigd pensioenfonds geven de opgebouwde aanspraken op  $t=0$  de volgende projectie van verwachte uitkeringslast  $U$ :

- Op  $t = 10$ :  $U_{10} = 5000$
- Op  $t = 20$ :  $U_{20} = 2000$
- Op  $t = 30$ :  $U_{30} = 1000$

Er is indexatie toegezegd op grond van de looninflatie.

Verder is gegeven de volgende nominale rentetermijnstructuur op  $t=0$ :  $0 \leq t \leq 30$  :  $i_t = 0,04 + 0,001 \cdot t$  (op jaarbasis).

Daarnaast is nog het volgende bekend:

- Verwachte looninflatie en prijsinflatie voor alle termijnen zijn gelijk aan 2% per jaar;
- De actuariële rekenrente bedraagt 4%.

Gevraagd:

- Bereken de voorziening pensioenverplichting volgens traditioneel-actuariële benadering en volgens de fair value benadering.
- Bereken de duration van de pensioenverplichtingen
- Gebruik de duration in een benaderingsmethode om de toename in de voorziening pensioenverplichtingen als gevolg van een parallelle verschuiving van de nominale rentetermijnstructuur ter grootte +1% te bepalen, waarbij de overige omstandigheden gelijkblijvend zijn. Vergelijk deze uitkomst met een exacte berekening.

a 2	$i = 0,04$				
	$L0 - \text{traditioneel} = 5000A_{\overline{10} i} + 2000A_{\overline{20} i} + 1000A_{\overline{30} i}$ $L0 - \text{fair value} = 5000A_{\overline{10} i-10} + 2000A_{\overline{20} i-20} + 1000A_{\overline{30} i-30}$				
	n	10	20	30	
	U	5000	2000	1000	
	i - traditioneel	0.04	0.04	0.04	
	i- rentetermijn	0.05	0.06	0.07	
				Totaal	
	L0 traditioneel:	3,377.82	912.77	308.32	4,598.91
	L0 fair value:	3,069.57	623.61	131.37	3,824.54
b 2	Duration:				
	c.w. t Ut	30,695.66	12,472.19	3,941.01	47,108.87
	Duration				12.32
	Formule : $D = \frac{\sum_{t=1}^n \frac{t \cdot U_t}{(1+i_t)^t}}{\sum_{t=1}^n \frac{U_t}{(1+i_t)^t}} = \frac{\sum_{t=1}^n \frac{t \cdot U_t}{(1+i_t)^t}}{L_0}$				
c 2	Bij benadering volgens formule 6.4:				
	$\frac{\Delta L_t}{L_{t-1}} = \frac{L_t - L_{t-1}}{L_{t-1}} = rr_t + p_t - D * \Delta rr_t$				
	Dit betekent dat 1% hogere rentetermijnstructuur een D% verlaging van de pensioenverplichting geeft, met D = 12,32.				
	Exacte berekening bij 1% omhoog:				
	n	10	20	30	
	U	5000	2000	1000	
	i- rentetermijn	0.06	0.07	0.08	
				Totaal	
	L fair value:	2,791.97	516.84	99.38	3,408.19
					-10.89%

## Tabel : Overlevingstafel en lijfrentes mannen en vrouwen

interest 3,5 %, pensioenleeftijd 65

Man, GBM 90-95

Vrouw, GBV 90-95

x	$l_x$	$\ddot{a}_{x:\overline{p ft-x} }$	$p ft-x \ddot{a}_x$	$\ddot{a}_x$	x	$l_x$	$\ddot{a}_{x:\overline{p ft-x} }$	$p ft-x \ddot{a}_x$	$\ddot{a}_x$
20	9946704	22,708	1,989	24,697	20	9967997	22,945	2,637	25,582
21	9940400	22,482	2,060	24,542	21	9965309	22,719	2,730	25,449
22	9933821	22,249	2,133	24,382	22	9962517	22,486	2,827	25,312
23	9927018	22,008	2,209	24,217	23	9959614	22,244	2,926	25,171
24	9920028	21,758	2,288	24,047	24	9956590	21,994	3,030	25,024
25	9912879	21,500	2,370	23,871	25	9953391	21,736	3,137	24,873
26	9905585	21,234	2,455	23,688	26	9949980	21,469	3,248	24,717
27	9898151	20,957	2,543	23,500	27	9946333	21,194	3,363	24,556
28	9890567	20,672	2,634	23,306	28	9942428	20,909	3,482	24,390
29	9882815	20,376	2,728	23,104	29	9938239	20,614	3,605	24,219
30	9874907	20,070	2,826	22,896	30	9933739	20,310	3,733	24,043
31	9866583	19,755	2,927	22,682	31	9928897	19,995	3,865	23,861
32	9857793	19,428	3,032	22,461	32	9923679	19,670	4,003	23,673
33	9848482	19,091	3,141	22,233	33	9918047	19,335	4,145	23,480
34	9838589	18,743	3,255	21,998	34	9911962	18,988	4,293	23,281
35	9828045	18,384	3,372	21,756	35	9905379	18,630	4,446	23,076
36	9816772	18,013	3,494	21,507	36	9898249	18,260	4,605	22,865
37	9804686	17,630	3,621	21,251	37	9890519	17,878	4,770	22,648
38	9791689	17,235	3,753	20,988	38	9882129	17,484	4,941	22,425
39	9777676	16,828	3,890	20,717	39	9873016	17,077	5,119	22,196
40	9762527	16,407	4,032	20,439	40	9863108	16,656	5,303	21,959
41	9746109	15,973	4,180	20,153	41	9852329	16,222	5,495	21,717
42	9728274	15,526	4,334	19,860	42	9840593	15,773	5,694	21,467
43	9708859	15,064	4,495	19,559	43	9827809	15,310	5,901	21,211
44	9687679	14,588	4,663	19,251	44	9813875	14,832	6,116	20,948
45	9664531	14,097	4,837	18,935	45	9798679	14,339	6,340	20,679
46	9639190	13,591	5,020	18,611	46	9782101	13,829	6,573	20,402
47	9611404	13,070	5,211	18,280	47	9764009	13,302	6,816	20,118
48	9580895	12,532	5,410	17,942	48	9744257	12,759	7,069	19,827
49	9547356	11,978	5,619	17,597	49	9722689	12,197	7,332	19,530
50	9510446	11,406	5,838	17,244	50	9699132	11,617	7,607	19,225
51	9469790	10,816	6,069	16,885	51	9673399	11,018	7,894	18,913
52	9424974	10,208	6,311	16,519	52	9645286	10,399	8,195	18,594
53	9375543	9,581	6,566	16,147	53	9614573	9,759	8,508	18,268
54	9320997	8,933	6,836	15,769	54	9581018	9,098	8,837	17,935
55	9260791	8,264	7,121	15,385	55	9544361	8,413	9,182	17,595
56	9194327	7,573	7,424	14,996	56	9504321	7,705	9,543	17,248
57	9120959	6,857	7,745	14,603	57	9460591	6,972	9,923	16,894
58	9039983	6,117	8,088	14,205	58	9412844	6,212	10,322	16,534
59	8950643	5,349	8,455	13,803	59	9360726	5,425	10,743	16,167
60	8852127	4,551	8,848	13,399	60	9303855	4,607	11,187	15,794
61	8743570	3,721	9,271	12,992	61	9241825	3,759	11,656	15,415
62	8624057	2,855	9,729	12,584	62	9174200	2,876	12,153	15,029
63	8492629	1,950	10,225	12,175	63	9100518	1,958	12,680	14,638
64	8348288	1,000	10,766	11,766	64	9020288	1,000	13,241	14,241
65	8190015			11,358	65	8932990			13,838

## Tabel : direct ingaande lijfrentes en nabestaandenpensioenen

	x - man	y - vrouw	$\ddot{a}_x$	$(\ddot{a}_y)$	<i>direct ingaande lijfrente op leven x (y)</i>
Overlevingstafel	GBM9095	GBV9095			<i>direct ingaande lijfrente op leven van het paar x en y.</i>
rekenrente	3.5%				$\ddot{a}_{x/y}$ <i>niet ingegaan nabestaandenpensioen voor deelnemer x met partner y</i>
Lft.verschil met partner	0 jaar				$\ddot{a}_{y/x}$ <i>niet ingegaan nabestaandenpensioen voor deelnemer y met partner x</i>
x	y	$\ddot{a}_{x:y}$	$\ddot{a}_{x/y}$	$\ddot{a}_{y/x}$	
20	20	23,925	1,657	0,772	
21	21	23,749	1,701	0,793	
22	22	23,567	1,745	0,815	
23	23	23,380	1,791	0,837	
24	24	23,187	1,837	0,860	
25	25	22,987	1,886	0,883	
26	26	22,781	1,936	0,907	
27	27	22,569	1,987	0,931	
28	28	22,350	2,040	0,956	
29	29	22,124	2,095	0,981	
30	30	21,890	2,152	1,006	
31	31	21,650	2,210	1,032	
32	32	21,403	2,270	1,057	
33	33	21,149	2,331	1,083	
34	34	20,888	2,393	1,110	
35	35	20,620	2,456	1,136	
36	36	20,345	2,521	1,163	
37	37	20,062	2,586	1,189	
38	38	19,773	2,653	1,216	
39	39	19,475	2,720	1,242	
40	40	19,171	2,789	1,268	
41	41	18,859	2,858	1,294	
42	42	18,540	2,927	1,320	
43	43	18,214	2,997	1,345	
44	44	17,881	3,068	1,370	
45	45	17,541	3,138	1,394	
46	46	17,194	3,208	1,417	
47	47	16,840	3,278	1,440	
48	48	16,480	3,347	1,462	
49	49	16,114	3,416	1,483	
50	50	15,742	3,483	1,503	
51	51	15,364	3,549	1,521	
52	52	14,981	3,613	1,538	
53	53	14,593	3,675	1,554	
54	54	14,201	3,734	1,568	
55	55	13,804	3,790	1,581	
56	56	13,404	3,843	1,592	
57	57	13,002	3,893	1,601	
58	58	12,597	3,937	1,608	
59	59	12,190	3,977	1,614	
60	60	11,782	4,012	1,617	
61	61	11,374	4,041	1,619	
62	62	10,966	4,063	1,618	
63	63	10,559	4,079	1,616	
64	64	10,154	4,086	1,612	
65	65	9,752	4,086	1,606	
66	66	9,353	4,076	1,599	
67	67	8,959	4,058	1,591	
68	68	8,570	4,028	1,581	
69	69	8,188	3,988	1,571	
70	70	7,812	3,936	1,560	

