

Tentamen 'Pensioenactuarieat 2' juni 2003

Opgave 1 (10 punten)

Met betrekking tot een bepaalde overlevingstafel geldt,

$$\mu_x = 0,15 - 0,10x \quad , \quad 0 \leq x \leq \frac{1}{2}$$

$$\mu_x = (0,01)^x \quad , \quad \frac{1}{2} \leq x \leq 1$$

Bereken l_1 , als $l_0=100$

Opgave 2 (25 punten)

Gegeven zij voor het leeftijdsinterval [25,26jaar] de splitsingtabel m.b.t. actieven (ℓ_x^a) en geïnvaleerden (ℓ_x^i) en de overgangers (ℓ_x^{ai} en ℓ_x^{ia} ; ℓ_x^{ad} en ℓ_x^{id}),

$$\ell_x^a = 10^5 - \ell_x^{ai} + \ell_x^{ia} - \ell_x^{ad}$$

$$\ell_x^i = 0 + \ell_x^{ai} - \ell_x^{ia} - \ell_x^{id}$$

* Vraag: geef de hieruit af te leiden differentiaalvergelijkingen (zijn van de vorm

$$\frac{\partial l_x}{\partial x} + Pl(x) = Q$$

en geef de oplossing van ℓ_x^a en ℓ_x^i , uitgedrukt in μ_x en de beginvoorwaarden (m.a.w. differentieer en bepaal de oplossing van het alsdan resulterende stelsel differentiaalvergelijkingen).

* We maken het ons gemakkelijk en stellen dat op jonge leeftijden de sterftেকansen verwaarloosbaar klein zijn (dus nul te stellen), anders kunnen we de oplossing niet vinden. Wat is de reden daarvan?

Vraag: bereken ℓ_{27}^a en ℓ_{27}^i , als $\ell_{26}^a = 99.000$ en $\ell_{26}^i = 1000$; $\mu_{26}^{ai} = 0,0100$, en $\mu_{26}^{ia} = 0,0010$ én constant zijn in het leeftijdsinterval [26,27jaar].

Opgave 3 (20 punten)

Gegeven de de volgende vergelijking m.b.t. de vermogensvorming,

$$\frac{dA_t}{dt} = (c_t - u_t) + (\rho_t - \sigma_t) \cdot A_t$$

en de nevenconditie $c_t = (L_t - A_t) / B_t$ (1)

met c_t = het premiepercentage, u_t = de verhouding van som pensioenen en som salarissen (S_t), ρ_t het vermogensrendement en σ_t de mate van salarismutatie in periode $(t-1, t]$; A_t respresenteert het pensioenvermogen per euro salaris, B_t de contante waarde de premieplichtige salarismassa per euro salaris en L_t de contante waarde der verplichtingen per euro salaris; dit alles op tijdstip t .

1. Gevraagd: de algemene oplossing van deze differentiaalvergelijking met in aanmerking nemen van de nevenconditie én geef de oplossing bij veronderstelde constante u, ρ, σ, L en B .
Onderscheid vervolgens alleen de situatie van $1 + (\sigma - \rho)B > 0$. Naar welke waarden gaan A_t en c_t voor grote t .
2. In een stabiele situatie kan de uitdrukking voor A , gevonden bij 1. door passende substitutie getransformeerd worden naar een veel eenvoudiger en beter interpreteerbare uitdrukking (aanwijzing: maak gebruik van $L = cB + A$). Hoe luidt deze uitdrukking voor A ? Aan de hand van deze laatste uitdrukking komt men tot de zgh. algemene contributiefomule.
3. Onderzoek uitgaande van deze algemene contributiefomule de bijzondere casus van $\sigma = \rho$.
Vraag: wat is de uitdrukking voor c ? Welke zijn de verschillen en de overeenkomsten met de situatie van omslagfinanciering?

De kapitalisatiegraad zij hier gedefinieerd als A_t / L_t met L_t de contante waarde der verplichtingen (per euro salaris) en ook geldt de evenwichtsvoorwaarde $A = L - cB$.

Welk is in deze casus ($\sigma = \rho$) de uitdrukking van de kapitalisatiegraad (in termen van u, B en L)? Kan A/L gelijk 1 worden? Waarom wél/waarom niet?

Opgave 4 (45 punten)

Gegeven zijn de volgende overzichten m.b.t de VPV (voorziening pensioenverplichtingen; in enigerlei monetaire eenheid)

1. OP-gepensioneerden

	lopend OP	latent NP
V_0	10.000	10.000
1/1 per 1/1 indexering met 5% en direct daarna oprenting met 4%		
1/7 instroom	2.500 (vanuit actief 2000)	1.050 (vanuit actief)
vrijval (overlijden)	- 1.000	- 600
verwachte uitker.	- 1.000	
V_1	12.000	10.550

Gegeven is nog dat de werkelijke uitkeringen in het betreffende jaar 990 bedroegen.

Gevraagd: bereken de grootheid Resultaat op kanssystemen. Bereken eerst de afgeleide voorziening V_1^r en de risicopremie (P^{ris}).

Stel een nieuwe kolom lopend OP en latent NP op (niet salderen!), waarin de grootheden Resultaat, de werkelijke uitkeringen (lopend OP) en toekenningen (latent NP) voorkomen.

2. NP-gepensioneerden

	lopend NP
V_0	15.000
1/1 per 1/1 indexering met 5% en direct daarna oprenting met 4%	
1/7 instroom (toekenning wegens † bij Act. 1200 en bij OP 800)	2.000
vrijval (overlijden)	- 2.500
werkelijke uitker.	- 2.800
V_1	13.000

Gegeven is nog dat de verwachte uitkeringen in het betreffende jaar 3000 bedroegen.

Gevraagd: bereken de grootheid Resultaat op kanssystemen. Valt iets je op wat de uitkomst betreft ?
Zo ja, licht toe. Bereken eerst de afgeleide voorziening V_1' en de risicopremie (P^{ris}).
Stel een nieuwe kolom lopend NP op, waarin de grootheid Resultaat voorkomt.

3. Actieven

	latent OP	latent NP
V_0	50.000	20.000
1/1 per 1/1 indexering met 5% en direct daarna oprenting met 4%		
1/7 premiebetaling (dienstijdbouw)	1.500	1.200
pensionering	- 2.000	- 1.000
vrijval (overlijden)	- 600	- 300
V_1	55.500	21.000

Gegeven is nog dat per 1 juli nog een risicokoopsom NP is betaald van 400.

Gevraagd: bereken de grootheid Resultaat op kanssystemen. Bereken eerst de afgeleide voorziening V_1' en de risicopremie (P^{ris}).

Stel een nieuwe kolom latent OP en latent NP op, waarin de grootheid Resultaat en eventuele andere mutaties/correcties voorkomen, alsmede Toekenningen en voornoemde Risicokoopsom.

4. Resultatenrekening

Gegeven is nog dat de werkelijke premie-ontvangsten in het betreffende jaar 3000 bedroegen en de werkelijke beleggingsopbrengsten 6542. De benodigde 4%-oprenting bij de hier verder buiten beschouwing gebleven categorie IP-gepensioneerden bedroeg 2050.

Gevraagd: stel de resultatenrekening op.