Tentamen Schade actuariaat 1 31/10/3

Motiveer uw antwoorden met een korte toelichting.

Zie ook de bijgeleverde tabellen, en ook de achterkant van het tentamen!

Waardering: in principe elk onderdeel even zwaar (maar 4b telt dubbel). Uitslag binnen 4 weken.

Degenen die in sept-okt 2003 college hebben gelopen, maken som 1 t/m 4. Wie de oude stof heeft geleerd (incl. H.5 en 6, maar excl. H.4, tweede deel) maakt 1 t/m 3, 5 en 6.

1. Een verzekerde staat voor de keus een risico X al dan niet te verzekeren. Hij heeft een exponentiële nutsfunctie met risico-aversie α. De verzekeraar die hem gaat verzekeren heeft ook exponentieel nut, met risico-aversie β.

a) Laat zien dat de maximale premie die de verzekerde kan betalen zonder er in verwacht nut op achteruit te gaan gelijk is aan $\frac{1}{\alpha}\log(m_X(\alpha))$.

b) Bepaal de premie uit a) voor het geval er geldt $X \sim \text{Gamma}(r,\lambda)$. Laat zien dat de premie uit a) stijgt met de risico-aversie α. [Hint: $-\log(1-u) = u + u^2/2 + ... + u^n/n + ...$]

c) Geef de nutsevenwichtsvergelijking die geldt voor de verzekeraar, en bepaal onder welke omstandigheden er een voor beide partijen profijtelijke verzekeringsovereenkomst kan worden afgesloten.

2. Laat $S = N + M$, waarbij N en M onderling onafhankelijke kansveranderlijken zijn. De verdeling van N is Poisson(α), en M is een compound Poisson stochast met specificaties α voor het verwachte aantal termen, en $\Pr[X=x] = ½$ voor $x = 1,2$ voor de grootte ervan.

a) Bepaal de mgf van S. Laat zien dat deze tevens de mgf is van een stochast $N_1 + 2N_2$, waarbij N_1 en N_2 onafhankelijke Poisson-stochasten zijn. Bepaal de parameters van de kansverdeling van de stochasten N_x.

b) Neem aan dat $\alpha = ½$ geldt. Bepaal de stop-loss premies $E[(X-d)_+]$ voor alle $d \in \{0,1,2,3\}$. Gebruik hiertoe Panjer's recursiebetrekking; de formule daarvoor is $f(s) = \frac{1}{s} \sum \lambda\, x\, p(x)\, f(s-x)$, $s = 1, 2, ...$

c) Neem nu aan dat $\alpha = 100$. Benader $\Pr[S > 300]$ met behulp van een door u te kiezen benadering die gebaseerd is op 3 momenten.

3. Gegeven is een portefeuille van onafhankelijke contracten X_i, $i = 1, 2, ..., n$, waarbij $\Pr[X_i>0] = q$ en $\Pr[X_i=x \mid X_i>0] = \frac{1}{3}$, $x = 1, 2, 5$, en 0 anders. Beschrijf het canonieke collectieve model voor deze portefeuille, en geef de specificaties van de kansverdeling daarvan.

Dit is niet het eind van het tentamen!!!

Maak óf som 4 hieronder, óf <u>beide</u> sommen 5 en 6.

Stof van college sept-okt 2003:

4. Veronderstel dat voor een compound Poisson risicoproces bekend is dat het verwachte aantal schades per jaar gelijk is aan 1; de afzonderlijke schades hebben als dichtheid:

$$p(x) = \frac{1}{9}\, 3e^{-3x} + \frac{8}{9}\, 6e^{-6x}, \quad x > 0.$$

Verder is bekend dat de *adjustment coefficient R*, dus de oplossing van $1+(1+\theta)\mu_1 R = m_X(R)$, gelijk is aan 2.

a) Bepaal de gehanteerde veiligheidsopslag θ op de premie.

b) Leid een exacte uitdrukking af voor de ruïnekans $\psi(u)$ voor dit proces bij beginkapitaal u. Gebruik hierbij de volgende relatie, die u niet hoeft te bewijzen:

$$\int_0^\infty e^{ur}(-\psi'(u))\,du = \frac{\theta(m_X(r)-1)}{(1+\theta)[1+(1+\theta)\mu_1 r - m_X(r)]}.$$

Verifieer eerst dat het r.l. van bovenstaande gelijkheid overgaat in $\frac{4}{9}\frac{10-3r}{(2-r)(4-r)}$, $(r < 2)$.

Stof van eerdere colleges:

5. Laat zien dat het exponentieel premieprincipe $\pi[\cdot]$ (zie opgave 1) *additief* is, oftewel dat als X en Y o.o. zijn, er geldt $\pi[X+Y] = \pi[X] + \pi[Y]$.

6. Beschouw een bonus-malus systeem.

a) Wat is de stabiele premie? Als voor de stabiele premie geldt $b(0.1) = 200$ en $b(0.11) = 205$, wat is dan de Loimaranta-efficiëntie $e(\lambda) = \frac{d \log b(\lambda)}{d \log(\lambda)}$ in $\lambda = 0.1$?

b) In het algemeen geldt voor de Loimaranta-effectiviteitsmaat dat $0 < e(\lambda) < 1$ geldt voor elke λ. Laat zien dat hieruit volgt dat $\frac{b(\lambda)}{\lambda}$ daalt met λ. Wat is de consequentie hiervan voor een BM-systeem wat betreft solidariteitsoverdrachten tussen goede en slechte rijders?