Afdeling KE
Faculteit der Economische Wetenschappen en Bedrijfskunde
Universiteit van Amsterdam

TENTAMEN: TIJDREEKSANALYSE

vrijdag 11 januari, 2008

Tijd: 14:00-16:00 uur (2 uur)

Mededelingen:

1. Schrijf op uw werk uw naam en studentnummer.
2. Dit is geen open-boektentamen, maar deelnemers mogen één A4-tje met aantekeningen raadplegen.
3. De eindcijfers zullen binnen 15 werkdagen na de tentamendatum bekend worden gemaakt op het prikbord van de afdeling KE op de 3e verdieping van het het E-gebouw.
4. Tentenameninzage is mogelijk vanaf de uitslagdatum bij de balie van het secretariaat van de afdeling KE (kamer E3.02).
5. Tenzij anders vermeld, is in alle gevallen het proces $\{\varepsilon_t\}$ witte ruis met verwachte waarde nul en constante variantie σ_ε^2.

VEEL SUCCES

1. Beschouw de volgende 4 AR(I)MA processen

$$
\begin{aligned}
&i) && y_t - 2y_{t-1} + y_{t-2} = \varepsilon_t - \varepsilon_{t-1} \\
&ii) && y_t = 0.9y_{t-2} + \varepsilon_t \\
&iii) && y_t - 1.8y_{t-1} + 0.81y_{t-2} = \varepsilon_t + \varepsilon_{t-1} \\
&iv) && y_t - y_{t-1} = \varepsilon_t - 1.8\varepsilon_{t-1} + 0.8\varepsilon_{t-2}
\end{aligned}
$$

   (a) **[10]** Bepaal voor ieder proces, eventueel na eliminatie van gemeenschappelijke factoren, of het voldoet aan de stationariteits- en/of inverteerbaarheidseisen.

   (b) **[10]** Voor welk proces onder a) is de lineaire voorspellingsfunctie $\hat{y}_{t+h|t}$ $(h \geq 2)$ een constante, onafhankelijk van de voorspellingshorizon h. Toon deze eigenschap expliciet aan, en vermeld eventueel gebruikte veronderstellingen.

   (c) **[10]** Laat zien dat voor een AR(2) proces $y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \varepsilon_t$, de theoretische partiële autocorrelatiefunctie ϕ_{kk} gelijk is aan nul voor $\cancel{k \geq 2}$. $k > 2$

2. (a) **[5]** Bespreek het begrip "leverage effect" (inclusief het teken van de daarbij corresponderende parameter) aan de hand van een expliciet geformuleerd drempel GARCH(1,1) (TGARCH) model.

   (b) **[10]** Beschouw het superdiagonale bilineaire model

$$y_t = \beta\varepsilon_{t-1}y_{t-2} + \varepsilon_t.$$

   Bepaal een conditie waarvoor dit proces tweede-orde stationair is.

(c) **[10]** Gegeven is dat $\{\varepsilon_t\}$ normaal verdeelde witte ruis is (d.w.z. $E(\varepsilon_t^4) = 3\sigma_\varepsilon^4$). Toon aan dat de kurtosis van het proces $\{y_t\}$ gelijk is aan

$$\frac{E(y_t^4)}{(E(y_t^2))^2} = \frac{3(1-\lambda^2)}{1-3\lambda^2}, \qquad \text{met } \lambda = \beta^2\sigma_\varepsilon^2.$$

3. I) Beschouw het volgende bivariate VAR(1) proces

$$\begin{pmatrix} x_t \\ y_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0 \\ -0.2 & 0.7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{t-1} \\ y_{t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_t \\ v_t \end{pmatrix}, \text{ met } \begin{pmatrix} u_t \\ v_t \end{pmatrix} \sim NID\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \Omega \right).$$

(a) **[5]** Wat is de algemene conditie voor stationariteit van het vector proces $(x_t, y_t)'$. Is aan deze conditie hier voldaan (motivatie).

(b) **[10]** Stel

$$\Omega = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Bepaal de verwachte waarde van y_{t+2} gegeven dat op tijdstip t het proces een eenheidsschok ondergaat in de innovaties (witte ruis proces) $\{\varepsilon_{x,t}\}$ (dus $\varepsilon_{x,t} = 1$). NB. Het witte ruis proces $\{\varepsilon_{x,t}\}$ is gekoppeld aan de tijdreeks $\{x_t\}$. Aan het proces $\{y_t\}$ is een ander witte ruis proces $\{\varepsilon_{y,t}\}$ gekoppeld, met $\{\varepsilon_{x,t}\}$ onafhankelijk van $\{\varepsilon_{y,t}\}$.

II) Beschouw het volgende bivariate proces,

$$\begin{pmatrix} \Delta x_t \\ \Delta y_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.2 & 0.4 \\ 0.3 & -0.6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{t-1} \\ y_{t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{pmatrix},$$

met $\{\varepsilon_{1t}\}$ en $\{\varepsilon_{2t}\}$ twee onafhankelijke witte ruis processen.

(c) **[5]** Ga na of de twee tijdreeksen gecointegreerd zijn (expliciete motivatie). Indien dat het geval is, bepaal dan de cointegratievector.

(d) **[10]** Ga na of de evenwichtscorrectie term een stationair proces volgt.

4. Een econometrist wil toetsen op een eenheidswortel in een tijdreeks. Hij besluit de Dickey-Fuller (DF) toets te gebruiken en schat het volgende model

$$y_t = \alpha + \beta t + \rho y_{t-1} + \varepsilon_t.$$

Op basis van 250 waarnemingen wordt het volgende schattingsresultaat verkregen

$$y_t = 0.04 + 0.0t + 0.92 y_{t-1} + \varepsilon_t$$

met een geschatte standaardfout van $\hat{\rho}$ gelijk aan $\hat{\sigma}_\rho = 0.025$.

(a) **[5]** Gebruikmakend van de hierbij gevoegde tabellen, toets met behulp van de Dickey-Fuller toets de nul-hypothese dat dit proces een eenheidswortel heeft. Gebruik hierbij een 5% significantieniveau. Zal uw eindconclusie veranderen bij een 10% significatieniveau.

(b) **[5]** De toets onder (a) gaat uit van de veronderstelling dat $\{y_t\}$ een AR(1) proces volgt. Stel de econometrist denkt dat dit een AR(6) proces dient te zijn. Hoe dient in dat geval de Dickey-Fuller toets te worden uitgevoerd.

(c) **[5]** Neem nu aan dat de econometrist, op basis van de eerdere toetsen, niet de nul-hypothese verwerpt van een eenheidswortel. Hoe dient hij/zij de hypothese te toetsen dat er slechts één eenheidswortel is in het proces.