Tentamen Wiskundige Economie A
Vrijdag 23 januari 2009, 9:00-12:00 uur.

Dit tentamen bestaat uit vijf opgaven. U heeft maximaal drie uur om het te maken. Als u klaar bent, lever de uitwerkingen dan voorzien van uw naam en collegenummer in bij de surveillant. Het tentamen zelf mag worden meegenomen. Bij dit tentamen mag geen gebruik gemaakt worden van een boek of meegebrachte aantekeningen.

Succes!

Opgave 1 (10 punten): Een consument kiest, voor $i = 1, 2, 3$, bij een prijsvector p^i de goederenbundel x^i:

$$\begin{aligned} p^1 &= (2,1,1)\,,\ x^1 = (2,3,1)\,, \\ p^2 &= (1,2,1)\,,\ x^2 = (1,2,3)\,, \\ p^3 &= (1,1,2)\,,\ x^3 = (3,1,2)\,. \end{aligned}$$

Zijn de keuzes van deze consument consistent met *WARP* (Weak Axiom of Revealed Preference)?

Opgave 2 (15 punten): Twee consumenten besteden hun inkomen aan twee goederen.

(a) Bij de huidige (strikt positieve) prijzen besteedt de eerste consument $\frac{2}{3}$ van zijn inkomen aan goed 1. De prijselasticiteit van zijn vraag naar goed 1 is $\varepsilon_{11} = -2$ en zijn inkomenselasticiteit van goed 1 is $\eta_1 = 1$. Bereken ε_{21}, de kruislingse elasticiteit van de vraag van deze consument naar goed 2 en η_2, de inkomenselasticiteit van goed 2.

(b) Voor de tweede consument geldt bij de huidige prijzen dat $\varepsilon_{11} = -3$ en $\varepsilon_{21} = 3$. Bereken welk deel van zijn inkomen deze consument besteedt aan goed 1.

Opgave 3 (20 punten): Een potentiële ondernemer staat voor de volgende keuze: blijven werken in haar vaste baan, of een onderneming beginnen. Met haar vaste baan verdient ze 10.000 euro. Voor haar onderneming moet ze 100.000 euro investeren, en als het volgens plan loopt, verdient ze daarmee na een jaar weer 137.500 euro terug. Als het echter misloopt, is ze die 100.000 euro helemaal kwijt.

Die 100.000 euro heeft ze niet zelf, maar ze kan dat bedrag mogelijk lenen van de bank, tegen een rente van r. Als de onderneming op de fles gaat, kan ze de bank niks terugbetalen – en dat hoeft dan ook niet. Als het echter goed uitpakt, betaalt ze die 100.000 euro terug met rente. De ondernemer is risico-avers, en die risico-aversie laat zich beschrijven door de volgende (von Neumann-Morgenstern) nutsfunctie:

$$u(x) = \sqrt{x}.$$

(a) Formuleer zorgvuldig de twee loterijen waartussen de ondernemer moet kiezen.

(b) Als deze ondernemer succes heeft met kans $\frac{5}{6}$ en de onderneming met kans $\frac{1}{6}$ mislukt, hoeveel rente is zij maximaal bereid te betalen op een lening van de bank?

De bank zelf is risico-neutraal en heeft genoeg geld om uit te lenen aan alle potentiële ondernemers.

(c) Hoeveel rente zal de bank minstens willen krijgen van een ondernemer met bovenstaande kans op succes? Kan deze ondernemer een lening krijgen van de bank?

Opgave 4 (25 punten): Beschouw een consument die twee verschillende goederen consumeert en die de volgende nutsfunctie heeft

$$u(x_1, x_2) = \left[\frac{1}{x_1} + \frac{4}{x_2}\right]^{-1}.$$

(a) Leid de Marshalliaanse vraagfuncties af en laat zien dat de indirecte nutsfunctie gegeven wordt door

$$v(p_1, p_2, y) = \frac{y}{\left(\sqrt{p_1} + 2\sqrt{p_2}\right)^2},$$

waarbij p_1 en p_2 de prijzen van de twee goederen zijn en y het inkomen van de consument.

(b) Controleer je antwoord op onderdeel (a) met behulp van de identiteit van Roy.

(c) Formuleer Shephard's lemma en gebruik deze, samen met de indirecte nutsfunctie van onderdeel (a), om de Hicksiaanse vraagfuncties behorende bij bovenstaande nutsfunctie uit te rekenen.

Opgave 5 (30 punten): 50 identieke ondernemers opereren in een markt met volkomen concurrentie. Elke ondernemer heeft de volgende productiefunctie:

$$y = f(x_1, x_2) = \sqrt{x_1 x_2}.$$

Op de korte termijn is de productiefactor $x_2 = \overline{x}_2 = 1$ vast en de productiefactor x_1 variabel. De factorprijzen zijn $w_1 = 1$ en $w_2 = 9$. Op de lange termijn zijn alle productiefactoren variabel. De totale vraag in deze markt wordt gegeven door

$$D(p) = 50(12 - p).$$

(a) Is er bij deze productiefunctie sprake is van toenemende, constante of afnemende schaalopbrengsten op de korte termijn? En op de lange termijn?

(b) Laat zien dat de korte termijn kostenfunctie gegeven wordt door $c_s(y) = 9 + y^2$ en de individuele aanbodsfunctie door

$$y(p) = \begin{cases} \frac{1}{2}p & \text{als } p \geq 6 \\ 0 & \text{als } p \leq 6 \end{cases}.$$

(c) Wat is de korte termijn evenwichtsprijs in deze markt? En wat is de korte termijn evenwichtswinst voor elke ondernemer?

(d) Laat zien dat de lange termijn kostenfunctie gegeven wordt door $c_l(y) = 6y$.

(e) Teken $c_l(y)$ en $c_s(y)$ in één grafiek. Leg duidelijk uit waarom $c_l(y)$, in het algemeen, voor geen enkele waarde van y groter kan zijn dan $c_s(y)$.

(f) Bepaal de lange termijn evenwichtsprijs en lange termijn evenwichtswinst voor elke ondernemer, en het aantal ondernemers dat uiteindelijk actief zal zijn op de markt.

Einde van het tentamen.