Tentamen Wiskundige Economie A
Vrijdag 4 juli 2008, 14:00-17:00 uur.

Dit tentamen bestaat uit vijf opgaven. U heeft maximaal drie uur om het te maken. Als u klaar bent, lever de uitwerkingen dan voorzien van uw naam en collegenummer in bij de surveillant. Het tentamen zelf mag worden meegenomen. Bij dit tentamen mag geen gebruik gemaakt worden van een boek of meegebrachte aantekeningen.

Succes!

Opgave 1 (15 punten): De substitutiematrix $s(p, \overline{u})$ van een consument bij een zeker nutsniveau $\overline{u}$ luidt:

$$\begin{pmatrix} 20 & a & b \\ c & -8 & d \\ 6 & e & f \end{pmatrix}.$$

Voor de prijzen van de drie beschikbare goederen geldt: $(p_1, p_2, p_3) = \left(\frac{1}{2}, 1, 3\right)$. De vraagfunctie $x(p, y)$ van de consument is homogeen van graad nul in (p, y) en voldoet aan budgetneutraliteit ("budget balancedness").

(a) Bereken de reële getallen a, b, c, d, e en f (*Hint*: bedenk wat altijd moet gelden voor het product $s(p, \overline{u}) \times p$).

(b) Laat zien dat de determinant van deze substitutiematrix gelijk is aan 0 voor de bij onderdeel (a) berekende waarden. Moet dit voor iedere willekeurige substitutiematrix gelden? Leg uit.

Opgave 2 (12 punten): Beschouw een consument die twee verschillende goederen consumeert en die de volgende uitgavenfunctie ("expenditure function") heeft

$$e(p_1, p_2, u) = 2p_1^{\alpha}\sqrt{p_2 u},$$

waarbij p_1 en p_2 de prijzen van de twee goederen zijn en u het nutsniveau is.

(a) Leg uit wat de uitgavenfunctie weergeeft. Beargumenteer duidelijk dat er moet gelden $\alpha = \frac{1}{2}$ en werk voor de rest van deze opgave met die waarde van α.

(b) Leg uit wat Hicksiaanse vraagfuncties zijn. Laat zien dat voor een consument met bovenstaande uitgavenfunctie moet gelden dat de Hicksiaanse vraag naar goed 1 gegeven wordt door

$$x_1^h(p_1, p_2, u) = \sqrt{u\frac{p_2}{p_1}}.$$

(c) Leg uit wat Marshalliaanse vraagfuncties zijn. Bepaal voor bovenstaande consument de Marshalliaanse vraag naar goed 1 op *twee* verschillende manieren.

Opgave 3 (25 punten): Peter doet mee aan een pokertoernooi. In het laatste spel van de avond gaat het tussen hem en Tanja. Tanja heeft net de pot met 20 euro verhoogd tot 80 euro. Peter moet nu kiezen of hij wel of niet zal *meegaan*. Om mee te gaan moet hij zijn laatste 20 euro inzetten. Als hij dan de beste kaarten in zijn handen heeft krijgt hij de pot (100 euro), als Tanja betere kaarten heeft krijgt Peter niks. Als hij *past* houdt hij zijn laatste 20 euro en krijgt Tanja de pot. Op basis van zijn kaarten en de manier waarop Tanja tot nu toe gespeeld heeft schat hij de kans dat hij de beste kaarten heeft in op $p = \frac{1}{10}$.

(a) Omschrijf de twee waagstukken g^1 ("meegaan") en g^2 ("passen") die Peter kan spelen in formele notatie als $g = (p_1 \circ w_1, \ldots, p_n \circ w_n)$.

(b) Bereken de verwachte opbrengst van de twee waagstukken g^1 en g^2. Zal Peter meegaan of passen als hij risico-neutraal is?

De preferenties van Peter over waagstukken kan weergegeven worden door de volgende Von Neumann – Morgenstern nutsfunctie

$$u(w) = w^{2-\beta}, \text{ met } \beta \in (0, 2),$$

waarbij w de hoeveelheid geld is die hij heeft na de uitkomst van het pokerspel.

(c) Bepaal voor welke waarden van β Peter respectievelijk risico-mijdend, risico-neutraal en risico-zoekend is.

(d) Bepaal het verwachte nut van waagstukken g^1 en g^2 en laat zien dat Peter alleen zijn laatste 20 euro in zal zetten als $\beta \leq 2 - \frac{\ln 10}{\ln 5} = \frac{\ln 2.5}{\ln 5} \approx 0.57$.

(e) Stel $\beta = \frac{3}{2}$. Hoe hoog moet de pot nu zijn (vóórdat Peter zijn beslissing neemt) om ervoor te zorgen dat Peter meegaat met de inzet van Tanja?

Opgave 4 (24 punten): Gegeven is de volgende productiefunctie:

$$f(x_1, x_2) = \frac{\sqrt{3x_1x_2}}{\sqrt{x_1} + \sqrt{3x_2}}, \quad x_1, x_2 \geq 0, x_1x_2 > 0$$

(a) Laat zien of er bij deze productiefunctie sprake is van toenemende, constante of afnemende schaalopbrengsten.

(b) Bereken de substitutie-elasticiteiten σ_{12} en σ_{21} van de productiefunctie.

(c) Bereken de bij deze productiefunctie behorende lange-termijn kostenfunctie $c(w_1, w_2, y)$ waarbij w_1 en w_2 de prijzen van de productiemiddelen x_1 en x_2 zijn, en y de productie-omvang.

(d) Laat zien dat Shephard's Lemma in dit geval geldt.

Opgave 5 (24 punten): Gegeven is de markt voor een bepaald goed dat door 10 ondernemers aangeboden wordt. De kostenfunctie voor het produceren van het goed is voor elke ondernemer hetzelfde en gelijk aan

$$c(y) = 18 + \frac{1}{3}y^3.$$

De vraagfunctie wordt gegeven door

$$D(p) = 44 - \sqrt{p}.$$

(a) Maak een grafiek van de marginale kostencurve en de gemiddelde kostencurve. Bij welke prijs is de winst van iedere ondernemer nul?

(b) Bereken de (lange termijn) individuele aanbodsfunctie van een ondernemer.

(c) Bereken het marktevenwicht onder volledige mededinging (evenwichtsprijs, geproduceerde hoeveelheid per ondernemer en winst per ondernemer).

(d) Als er vrije toetreding is, hoeveel ondernemers zullen er dan uiteindelijk actief zijn op deze markt? Zullen deze ondernemers dan een strikt positieve winst maken, of niet? Leg uit.

Einde van het tentamen.