

Tentamen Wiskundige Economie A
Vrijdag 3 juli 2009, 9:00-12:00 uur.

Dit tentamen bestaat uit vijf opgaven. Je hebt maximaal drie uur om het te maken. Als je klaar bent, lever de uitwerkingen dan voorzien van je naam en collegenummer in bij de surveillant. Bij dit tentamen mag geen gebruik gemaakt worden van een boek of meegebrachte aantekeningen. De antwoorden moeten goed gemotiveerd worden. Niet goed gemotiveerde antwoorden worden fout gerekend! **Hint:** Verdeel de beschikbare tijd goed over de verschillende onderdelen, en besteed niet teveel tijd aan een enkele (deel)opgave!

Succes!

Opgave 1 (20 punten): Laat $x_i^h(\mathbf{p}, u)$ de Hicksiaanse vraag naar goed i zijn van een consument met een continue, strikt stijgende en strikt quasiconcave nutsfunctie.

- (a) Leg uit wat de *Hicksiaanse vraagfunctie* is. Leg ook duidelijk uit wat de *uitgavenfunctie* is. Noem kort een aantal eigenschappen van de Hicksiaanse vraagfunctie en van de uitgavenfunctie.
- (b) Laat zien dat voor alle \mathbf{p} en u geldt dat

$$\frac{\partial x_i^h(\mathbf{p}, u)}{\partial p_i} \leq 0.$$

Welke eigenschappen van de *uitgavenfunctie* gebruik je voor dit resultaat?

- (c) Laat zien dat voor alle \mathbf{p} en u en alle $i \neq j$ geldt dat

$$\frac{\partial x_i^h(\mathbf{p}, u)}{\partial p_j} = \frac{\partial x_j^h(\mathbf{p}, u)}{\partial p_i}.$$

Welke eigenschappen van de *uitgavenfunctie* gebruik je voor dit resultaat?

- (d) Stel de Hicksiaanse vraagfunctie naar het eerste goed heeft de volgende vorm

$$x_1^h(\mathbf{p}, u) = p_1^\alpha \left(p_1^\beta + p_2^\beta \right) u.$$

Leg duidelijk uit dat moet gelden $\alpha = -\beta$.

Opgave 2 (25 punten): Piet heeft een vermogen van 400 euro. Een vriend suggereert een beleggingsproject: als Piet daarin 300 euro investeert krijgt hij, met kans p , 500 euro terug (en heeft dan dus een vermogen van 900 euro). Echter, met kans $1 - p$ is hij zijn inzet kwijt (en heeft dan dus nog slechts 100 euro). Verder weten we van Piet dat zijn preferenties over loterijen voldoen aan de verwachte nutshypothese en dat zijn nutsfunctie voor geldhoeveelheden de volgende vorm heeft

$$u(x) = \alpha\sqrt{x} + (1 - \alpha)x,$$

waarbij x het vermogen na het beleggingsproject is en α een parameter is met $0 \leq \alpha \leq 1$.

- (a) Formuleer de loterij die Piet speelt als hij meedoet aan de belegging, en de loterij die hij speelt als hij niet meedoet aan de belegging.
- (b) Bereken de Arrow-Pratt maat voor absolute risico-aversie voor Piet en laat zien dat deze toeneemt in α .
- (c) Voor welke waarde van α zal Piet het *meest* geneigd zijn om een risicovolle beslissing te nemen? En voor welke waarde van α zal Piet het *minst* geneigd zijn om een risicovolle beslissing te nemen? Leg uit.
- (d) Laat zien dat, voor $p < \frac{3}{8}$, Piet voor *geen enkele waarde* van α mee zal doen aan de belegging. (Hint: Gebruik het antwoord op vraag (c) bij dit en het volgende onderdeel.)
- (e) Laat zien dat, voor $p > \frac{1}{2}$, Piet voor *elke waarde* van α mee zal doen aan de belegging.
- (f) Bepaal voor elke $p \in [\frac{3}{8}, \frac{1}{2}]$ de waarde van α zodanig dat Piet indifferent is tussen wel en niet meedoen aan de belegging.

Opgave 3 (20 punten): Gegeven is de volgende productiefunctie

$$f(x_1, x_2) = \sqrt{x_1(x_2 + 1)}.$$

De factorprijzen zijn $w_1 = 1$ en $w_2 = 4$.

- (a) Bepaal de conditionele factorvraagfuncties $x_1(y)$ en $x_2(y)$, en laat zien dat kostenfunctie gegeven wordt door

$$c(y) = \begin{cases} 4(y-1) & \text{als } y \geq 2 \\ y^2 & \text{als } 0 \leq y < 2 \end{cases}.$$

- (b) Op de korte termijn is de hoeveelheid van productiemiddel 2 gegeven en gelijk aan 3. Bepaal de korte termijn kostenfunctie waarbij het bedrijf alleen x_1 kan variëren.
- (c) Beargumenteer dat voor geen enkele waarde voor y de lange termijn kosten strikt groter zijn dan de korte termijn kostenfunctie. Bepaal voor welke waarde van y ze precies gelijk zijn en schets een figuur met beide kostenfuncties (met y op de horizontale as).

Opgave 4 (20 punten): Gegeven is de markt voor een zeker product. De vraag wordt gegeven door

$$q^d(p) = 32 - 4\sqrt{p}.$$

Elk bedrijf dat actief is op deze markt heeft kostenfunctie

$$c(q) = \begin{cases} \frac{16}{3} + \frac{1}{3}q^3 & \text{als } q > 0 \\ 0 & \text{als } q = 0 \end{cases}.$$

- (a) Schets de marginale kostenfunctie en de gemiddelde kostenfunctie in één figuur met q op de horizontale as.
- (b) Laat zien dat de individuele aanbodsfunctie gegeven wordt door

$$q^s(p) = \begin{cases} \sqrt{p} & \text{als } p \geq 4 \\ 0 & \text{als } 0 \leq p \leq 4 \end{cases} .$$

- (c) Bepaal het evenwicht (prijs, geproduceerde hoeveelheid per bedrijf, winst per bedrijf) onder volledige mededinging als er vier bedrijven actief zijn.
- (d) Als er vrije toetreding is, hoeveel bedrijven zullen er dan op de lange termijn actief zijn?

Opgave 5 (15 punten): Beschouw een ruileconomie met twee consumenten en twee goederen. De nutsfuncties van beide consumenten zijn continu, sterk stijgend en strikt quasiconcaaf.

- (a) Schets een “Edgeworth box” en daarin enkele indifferenciecurves voor beide consumenten.
- (b) Leg duidelijk uit wat de *core* van een ruileconomie is en illustreer deze in de Edgeworth box.
- (c) Leg duidelijk uit wat een *Walrasiaans evenwicht* is, en illustreer dit evenwicht in de Edgeworth box.
- (d) Wat zegt de *eerste welvaartsstelling*?

Einde van het tentamen.