Tentamen Wiskundige Economie A, FEE, UvA
Bachelor Econometrie en Operation Research
2 april 2004, 9.30–12.30

Motiveer bij alle vragen steeds kort en duidelijk het antwoord.
Voor het **schetsen van figuren** mag gebruik gemaakt worden van **ruitjespapier**.
Schetsen betekent dat de figuren niet precies op schaal getekend hoeven te worden.
De figuren moeten echter wel **duidelijk/netjes** getekend zijn.
Schrijf op alle vellen papier die je inlevert je **naam** en **collegekaartnummer**.
Het tentamen bestaat uit **vijf opgaven**. Voor deze opgaven kunnen de volgende punten behaald worden.

- Opgave 1: **13 punten**
- Opgave 2: **12 punten**
- Opgave 3: **25 punten**
- Opgave 4: **20 punten**
- Opgave 5: **30 punten**

1. De substitutiematrix van een naar maximaal nut strevende consument luidt

$$\begin{pmatrix} -10 & a & b \\ c & -4 & d \\ 3 & e & f \end{pmatrix}$$

Voor de prijzen van de drie goederen geldt $(p_1, p_2, p_3) = (1, 2, 6)$.

a Bereken a, b, c, d, e en f.

b Laat zien dat de determinant van deze substitutiematrix gelijk aan is 0 voor de door u onder a gevonden waarden. Moet dit voor elke willekeurige substitutiematrix gelden? Leg uit.

2. Beschouw de volgende nutsfunctie van een consument:

$$u(\omega) = -(\beta - \omega)^{\gamma},$$

waarbij ω de 'rijkdom' (wealth) van deze consument is.

a Onder welke condities op ω, β en γ is de nutsfunctie **strict monotoon stijgend** en **strict concaaf**?

b Laat zien dat, onder de bij a gevonden condities, deze nutsfunctie **toenemende absolute risico aversie** vertoont.

3. Gegeven is de volgende productiefunctie:

$$f(x_1, x_2) = \frac{\sqrt{x_1 x_2}}{\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}}.$$

a Is er bij deze productiefunctie sprake van toenemende, constante of afnemende schaalopbrengsten? Verklaar uw antwoord.

b Bereken de substitutie-elasticiteit voor deze productiefunctie.

c Bereken de bij deze productiefunctie behorende lange termijn kostenfunctie $c(w_1, w_2, y)$, waarin w_1 en w_2 de factorprijzen van de productiefactoren x_1 en x_2 zijn en y de productieomvang.

d Laat door berekening zien dat Sheppard's Lemma geldt.

4. Gegeven is een consument met de volgende indirekte nutsfunctie:

$$v\left(p_1, p_2, p_3, y\right) = \frac{y}{\sqrt{p_1}\left(p_2 p_3\right)^{\frac{1}{4}}},$$

waarbij y het inkomen van de consument is, en p_1, p_2 en p_3 de prijzen van de goederen die hij koopt. We gaan er vanuit dat het inkomen y gelijk is aan 24 en de prijzen gelijk aan $p_1 = 1, p_2 = 8$ en $p_3 = 2$. We zijn geinteresseerd in de effecten van een prijsverhoging van het eerste goed van $p_1 = 1$ naar $p_1 = 4$.

a Laat zien dat de Marshalliaanse en Hicksiaanse vraag naar goed 1, als functie van p_1, gegeven worden door respectievelijk

$$x_1\left(p_1\right) = \frac{12}{p_1} \text{ en } x_1^h\left(p_1, u\right) = \frac{u}{\sqrt{p_1}}.$$

Leg duidelijk uit hoe je op je antwoord gekomen bent.

b Bepaal de verandering in het consumentensurplus als de prijs van goed 1 van $p_1 = 1$ naar $p_2 = 4$ stijgt.

c Leg duidelijk uit wat de compenserende variatie van deze prijsverandering is en reken deze uit.

d Teken in een grafiek, met x_1 op de horizontale en p_1 op de verticale as, de Marshalliaanse en Hicksiaanse vraagfuncties en geef in die figuur zowel de compenserende variatie als de verandering in het consumentensurplus aan.

e Welke van de twee methoden geeft volgens jou beter het welvaartsverlies, voor deze consument, van de prijsverhoging weer? Motiveer je antwoord.

5. Beschouw de volgende produktie-economie. Er zijn 2 consumenten en 1 bedrijf. Beide consumenten hebben 24 uur arbeid tot hun beschikking, waarvan ze een gedeelte zelf willen consumeren als vrije tijd. Het bedrijf produceert het consumptiegoed met behulp van de arbeid van beide consumenten. Consument 1 is de eigenaar het bedrijf. Het bedrijf kiest een produktievector uit de produktieverzameling

$$Y = \left\{(y, -h) \,|\, 0 \leq h, 0 \leq y \leq \sqrt{h}\right\},$$

waarbij y de geproduceerde hoeveelheid consumptiegoed is, en h de gebruikte hoeveelheid arbeid. De consumenten kunnen als volgt gekarakteriseerd worden:

$$\begin{aligned} u^1\left(h^1, y^1\right) &= 3\left(h^1\right)^2\left(y^1\right)^2 \text{ en } \mathbf{e}^1 = \left(e_h^1, e_y^1\right) = (24, 0). \\ u^2\left(h^2, y^2\right) &= \ln\left(h^2\right) + \ln\left(y^2\right) \text{ en } \mathbf{e}^2 = \left(e_h^2, e_y^2\right) = (24, 0) \end{aligned}$$

De prijs van het consumptiegoed is p en de prijs van arbeid is w.

a Bepaal de geaggregeerde vraagoverschotsfuncties naar arbeid $z_h(p, w)$ en naar het consumptiegoed $z_y(p, w)$.

b Formuleer de Wet van Walras en laat zien dat de geaggregeerde vraagoverschotsfuncties aan deze wet voldoen. Bepaal het Walrasiaanse evenwicht en de Walrasiaanse evenwichtsallocatie van deze produktie-economie.

c Leg uit wat Pareto-efficiëntie betekent. Is de Walrasiaanse evenwichtsallocatie die je onder b berekend hebt Pareto-efficient? Leg duidelijk uit waarom wel\niet.

d De overheid is niet tevreden met de Walrasiaanse evenwichtsallocatie en wil ervoor zorgen dat, in plaats daarvan, de eveneens Pareto-efficiënte allocatie $\left(\left(\widehat{h}^1, \widehat{y}^1\right), \left(\widehat{h}^2, \widehat{y}^2\right)\right) = ((16, 2), (16, 2))$ tot stand komt. Zij wil dit bereiken middels een inkomensbelasting T op consument 1, die dan als subsidie bij consument 2 terecht komt. De Walrasiaanse evenwichtsallocatie behorende bij het Walrasiaanse evenwicht van deze nieuwe produktie-economie moet dan overeenkomen met $\left(\left(\widehat{h}^1, \widehat{y}^1\right), \left(\widehat{h}^2, \widehat{y}^2\right)\right)$. Bereken T. (Hint: laat eerst zien dat de Walrasiaanse evenwichtsprijzen behorende bij de nieuwe evenwichtsallocatie gelijk zijn aan de oude Walrasiaanse evenwichtsprijzen.)

Veel Succes.