Tentamen Wiskundige Economie A, FEE, UvA
Bachelor Econometrie en Operation Research
2 juli 2004, 9.30–12.30

Motiveer bij alle vragen steeds kort en duidelijk het antwoord.
Voor het **schetsen van figuren** mag gebruik gemaakt worden van **ruitjespapier**.
Schetsen betekent dat de figuren niet precies op schaal getekend hoeven te worden.
De figuren moeten echter wel **duidelijk/netjes** getekend zijn.
Schrijf op alle vellen papier die je inlevert je **naam** en **collegekaartnummer**.
Het tentamen bestaat uit **vijf opgaven**. Sommige (deel)opgaven zijn lastiger dan andere. Deel je tijd daarom goed in!

Opgave 1 (15 punten)
Laat de matrix

$$S = (s_{ij})_{i,j=1}^{n}$$

de substitutiematrix van een naar maximaal nut strevende consument zijn. De prijzen van de goederen zijn strikt positief.

a. Bewijs dat in elke rij $i = 1, \ldots, n$ minstens één element $s_{ij} \leq 0$ voorkomt.

b. Bewijs dat indien voor het onder a. gevonden element $s_{ij} < 0$ geldt, dat er in diezelfde rij ook een strikt positief element $s_{ik} > 0$ moet bestaan.

c. Gelden de onder a. en b. gevonden eigenschappen van een substitutie matrix ook indien "de rij i " vervangen wordt door "de kolom i "? Op grond van welke eigenschap van de substitutie matrix bent u tot die conclusie gekomen?

Opgave 2 (10 punten)
Beschouw de volgende VNM nutsfunctie van een consument:

$$u(\omega) = \sqrt{\omega}$$

waarbij ω de 'rijkdom' (wealth) van deze consument is.

a. Is deze consument risico-avers, risiconeutraal of risicominnend?

b. Laat zien dat deze nutsfunctie **afnemende absolute risico aversie** vertoont.

Opgave 3 (25 punten)
Een ondernemer heeft de volgende productiefunctie:

$$f(x_1, x_2) = x_1^{\frac{1}{3}} x_2^{\frac{1}{3}},$$

waarbij x_1 en x_2, respectievelijk de gebruikte hoeveelheid van productiefactor 1 en 2 is. De factorprijzen w_1 en w_2 en de marktprijs p van het geproduceerde goed zijn gegeven en vast. Verondersteld wordt dat deze ondernemer op de markt voor dit goed **prijsnemer** is.

a. Bereken de *korte termijn* winstfunctie, als de gebruikte hoeveelheid van de tweede productiefactor niet variabel is, maar vastligt op $x_2 = 8$.

b. Bereken de *lange termijn* winstfunctie, waarbij alle productiefactoren variabel zijn.

c. Beredeneer dat de lange termijn winstfunctie nooit minder winst oplevert dan de korte termijn winstfunctie. Klopt dat voor dit voorbeeld?

Opgave 4 (25 punten)
We kijken naar een markt met één producent. Deze producent heeft kostenfunctie

$$c(q) = \frac{8}{3} + \frac{2}{3}q\sqrt{q},$$

waarbij q de geproduceerde hoeveelheid is. Veronderstel dat de vraagzijde van de markt gerepresenteerd kan worden door een consument met de volgende indirecte nutsfunctie

$$v(p, m) = \frac{64}{p} + \frac{1}{4}m,$$

waarbij m het inkomen van deze consument is en p de prijs van het goed.

a. Laat zien dat de inverse vraagfunctie naar het goed gegeven wordt door

$$p(q) = \frac{16}{\sqrt{q}}$$

en vermeld daarbij duidelijk welke stelling(en) je gebruikt.

b. Bepaal de hoeveelheid die het bedrijf aan zal bieden, als deze zich als monopolist gedraagt. Schets een figuur met daarin de inverse vraagfunctie, de marginale opbrengstenfunctie, de marginale kostenfunctie en het monopolie-punt.

c. Leg uit wat Pareto-efficiëntie is en leg uit waarom de verdeling die bij een monopolist tot stand komt niet Pareto-efficient is. Bepaal het Pareto-efficiente punt en geef het aan in de figuur van opgave b.

d. Bereken het welvaartsverlies (*dead weight loss*) van dit monopolie (het verschil in consumenten- en producentensurplus tussen de monopolie-oplossing en de Pareto-efficiente uitkomst).

e. Als er vrije toetreding tot deze markt is en alle potentiele toetreders hebben beschikking over de technologie die de kostenfunctie $c(q) = \frac{8}{3} + \frac{2}{3}q\sqrt{q}$ oplevert, hoeveel bedrijven zullen dan uiteindelijk, onder volledige mededinging, actief zijn op deze markt.

Opgave 5 (25 punten)
Gegeven is een ruil-economie met twee goederen en twee consumenten met preferenties en beginvoorraden

$$\begin{aligned} u^1(x_1, x_2) &= \min\{x_1, x_2\}, \quad \mathbf{e}^1 = (20, 0), \\ u^2(x_1, x_2) &= \min\{x_1, x_2\}, \quad \mathbf{e}^2 = (0, 10). \end{aligned}$$

a. Teken een Edgeworth box, met goed 1 op de horizontale as en goed 2 op de verticale as. Teken de beginvoorraad $\mathbf{e} = (\mathbf{e}^1, \mathbf{e}^2)$ en enkele indifferentiecurves voor consument 1 en consument 2. Schets in deze figuur **alle** Pareto-efficiente verdelingen. Leg duidelijk uit.

b. Beschouw nu een competitieve economie, met markten voor beide goederen. Laat zien dat de geaggregeerde vraagoverschotsfuncties van deze economie gegeven worden door $\mathbf{z}(\mathbf{p}) = (z_1(p_1, p_2), z_2(p_1, p_2)) = \left(\frac{10p_1}{p_1+p_2} - 10, \frac{10p_1}{p_1+p_2}\right)$.

c. Leg uit wat de Wet van Walras zegt. Leg uit wat homogeniteit van de graad 0 in prijzen betekent. Voldoen de geaggregeerde vraagoverschotsfuncties $\mathbf{z}(\mathbf{p})$ die je onder b berekend hebt aan homogeniteit en aan de Wet van Walras? Laat zien.

d. Geef de definitie van een Walrasiaans evenwicht en laat zien dat bovenstaande economie geen Walrasiaanse evenwicht heeft.

e. Geef een economische intuïtie voor het niet-bestaan van een Walrasiaans evenwicht. Bestaat er een prijsvector $\mathbf{p}^* = (p_1^*, p_2^*)$ zodanig dat $\mathbf{z}(\mathbf{p}^*) \leq 0$, en $p_i z_i(\mathbf{p}^*) = 0$ voor $i = 1, 2$?

Veel Succes.