Wiskundige Economie A, academisch jaar 2006-2007, blok 3

Tentamen

woensdag 4 april 2007, 14.00-17.00 uur

Dit tentament bestaat uit vier opgaven. U heeft maximaal drie uur om het te maken. Als u klaar bent, lever de uitwerkingen dan voorzien van uw naam en collegenummer in bij de surveillant. Het tentamen zelf mag worden meegenomen. Bij dit tentamen mag geen gebruik gemaakt worden van een boek of meegebrachte aantekeningen.

Opgave 1 (15 punten): Een consument koopt bij prijzen p^i de goederenbundel x^i, waarbij $i=1,2$. Ga in elk van de volgende gevallen na of aan WARP is voldaan en geef indien mogelijk aan welke bundel *revealed preferred* is.

(a) $p^0=(1,2), x^0=(4,1), p^1=(1,1), x^1=(3,1)$

(b) $p^0=(1,2), x^0=(1,2\tfrac{1}{2}), p^1=(1,1), x^1=(3,1)$

Opgave 2 (30 punten): Stel $u(x_1,x_2)$ is een strikt stijgende, strikt quasi-concave nutsfunctie van een consument. Voor strikt positieve prijzen (p_1,p_2) en niet-negatief inkomen y luidt zijn indirecte nutsfunctie:

$$v(p_1,p_2,y)=\left(\sqrt{p_1}+\sqrt{p_2}\right)^{-2}y.$$

(a) Laat zien dat de uitgavenfunctie van deze consument luidt:

$$e(p_1,p_2,u)=\left(\sqrt{p_1}+\sqrt{p_2}\right)^{2}u.$$

(b) Bepaal de Marshalliaanse vraagfunctie van de consument naar het eerste goed. Vermeld welke stelling daarbij wordt toegepast.

(c) Bepaal de Hicksiaanse vraagfunctie van de consument naar het eerste goed. Vermeld welke stelling daarbij wordt toegepast.

(d) Verifieer dat de Marshalliaanse en Hicksiaanse vraagfuncties naar het eerste goed voldoen aan de dualiteitsrelaties tussen deze twee vraagfuncties (*Hint:* hiervoor zijn ook de indirecte-nutsfunctie en de uitgavenfunctie nodig).

(e) Vind de nutsfunctie van de consument (*Hint:* ga uit van de indirecte-nutsfunctie $v(p_1, p_2, p \cdot x)$ met $p=(p_1, p_2)$ en $x=(x_1, x_2)$).

Opgave 3 (20 punten): Piet woont in Amsterdam en heeft vandaag een afspraak in Zwolle, waar hij met de trein naar toe zal gaan. Als hij op het station aankomt, moet hij kiezen om al dan niet een treinkaartje voor de reis te kopen. Piets vermogen is 100 euro, een retourtje Zwolle kost 19 euro, en als Piet betrapt wordt op zwartrijden met hij een boete van 69 euro betalen (inclusief de kosten van de treinreis). De kans dat hij tijdens de reis wordt gecontroleerd is $p \in (0,1)$.

(a) Piet moet een keuze maken tussen twee waagstukken g^1 en g^2. Omschrijf deze waagstukken in formele notatie $g=(p_1 \circ w_1, \ldots, p_n \circ w_n)$, met n een natuurlijk getal, waarbij w_i het totale vermogen van Piet is na het voltrekken van een waagstuk.

Piet is een rationele beslisser. Zijn nut hangt alleen af van zijn vermogen en zijn preferentie over waagstukken kan worden weergegeven door een Von Neumann-Morgenstern-nutsfunctie:

$$u(w) = \sqrt{w}.$$

(b) Bepaal de Arrow-Pratt-maatstaf van absolute risico-aversie voor Piet. Is Piet risico-avers, risico-neutraal of risico-zoekend? Leg uit.

(c) Bepaal voor welke waarden van p Piet een kaartje zal kopen.

(d) Bepaal voor willekeurige p het zekerheidsequivalent en de verwachte opbrengst van beide waagstukken g^1 en g^2.

Opgave 4 (35 punten): Beschouw de volgende productiefunctie:

$$f(x_1, x_2) = x_1^{2/3} x_2^{2/3}.$$

De prijs van het geproduceerde goed is $p > 3$ en de prijzen van de productiemiddelen zijn $w_1 = 4$ en $w_2 = 1$.

(a) Bepaal de MRTS van deze productiefunctie en bepaal de substitutie-elasticiteit σ_{12}.

(b) Voldoet deze productiefunctie aan afnemende, constante of toenemende schaalopbrengsten? Leg uit.

(c) Bepaal de conditionele *input*-vraagfunctie $x_2(y)$ naar het tweede productiemiddel; bepaal ook de lange-termijnkostenfunctie $c(y)$.

(d) Leg uit waarom het problematisch is om in dit geval de lange-termijnwinstfunctie te bepalen.

Op de korte termijn blijft het eerste productiemiddel variabel, maar is het tweede productiemiddel gefixeerd en gelijk aan $\bar{x}_2 = 16$.

(e) Bepaal de conditionele *input*-vraagfunctie $x_1(y)$ naar het eerste productiemiddel op de korte termijn; bepaal ook de korte-termijnkostenfunctie $c_s(y)$.

(f) Schets een grafiek van de lange-termijnkostenfunctie en de korte-termijnkostenfunctie, met y op de horizontale as. Leg uit waarom de kosten op de lange termijn nooit groter kunnen zijn dan die op de korte termijn. Wanneer zijn ze gelijk?

(g) Laat zien dat de korte-termijnaanbodfunctie en de korte-termijnwinstfunctie respectievelijk gegeven worden door:

$$y(p) = \frac{64}{9}p^2 \text{ en } \pi(p) = \frac{64}{27}p^3 - 16.$$

Leg uit waarom de winstfunctie op de korte termijn, in tegenstelling tot die op de lange termijn, wel bestaat.

einde van het tentamen