

Tentamen Wiskundige Economie B. Vrijdag 26 maart 2004.

Motiveer bij alle vragen steeds **duidelijk** het antwoord. Antwoorden die niet goed gemotiveerd zijn worden fout gerekend!

Schrijf op alle vellen papier je **naam** en **collegekaartnummer**.

Opgave 1 (20 punten)

Een monopolist bedient twee gescheiden markten. In de eerste markt heeft hij een prijs-afzet functie $p_1 = 60 - x_1$ en in de tweede markt $p_2 = 90 - 2x_2$.

Voor zijn marginale kosten geldt $c = 10$, hij heeft geen vaste kosten.

- Bereken de totale winst en het totale consumenten surplus indien deze monopolist (derdegraads) prijsdiscriminatie toepast.
- Bereken de totale winst en het totale consumenten surplus indien hij zijn markten samenvoegt en in deze samengevoegde markt één prijs in rekening brengt.
- Vergelijk de antwoorden onder a) en b) met elkaar. Is, gebaseerd op dit voorbeeld, (derdegraads) prijsdiscriminatie maatschappelijk wenselijk? Leg uit.

Opgave 2 (25 punten)

In Micronomica wordt elke eerste maandag van de maand markt gehouden. Op deze markt staan twee aanbieders van kalveren: Jehle en Reny.

De vraag naar kalveren op een willekeurige marktdag is $x(p) = 100 - p$. De kostenfunctie van Jehle luidt $C_j(x_j) = 35x_j$, die van Reny $C_r(x_r) = \frac{3}{2}x_r^2$.

De heren Jehle en Reny deinzen er niet voor terug 'breukdelen' van kalveren op de markt te brengen!

Bereken de winsten op een willekeurige marktdag, voor Jehle en Reny

- in een Cournot-Nash evenwicht;
- indien Jehle een Stackelberg leider is en Reny een Stackelberg volger, die zijn aanbod van kalveren aanpast aan het aanbod van Jehle (**N.B.** Jehle weet dus dat Reny zijn hoeveelheid aan die van hem (Jehle) aan zal passen);
- indien beiden (ten onrechte) denken dat ze Stackelberg leiders zijn (**N.B.** in dit geval denken beiden dat de ander zijn hoeveelheid aan de zijne zal aanpassen);
- indien zij hun gezamenlijke winsten maximaliseren.

Opgave 3 (30 punten)

Beschouw een (symmetrische private value) veiling met n risiconeutrale bidders. Hun individuele waarderingen zijn onafhankelijk van elkaar getrokken uit de uniforme verdeling op $[0, 1]$. Beschouw een gesloten bod veiling waarbij degene met het hoogste bod wint en κ maal zijn eigen bod betaalt, waarbij $\kappa \geq 1$.

- a) Bepaal het verwachte surplus $U(b, v)$ voor een bidder met waardering v , die bod b uitbrengt.
- b) Veronderstel dat er een symmetrisch Nash-evenwicht bestaat, gegeven door de biedstrategie $b^*(v)$. Laat de bijbehorende inverse biedstrategie gegeven zijn door $\sigma(b)$. Leid de eerste orde conditie voor dit symmetrisch Nash-evenwicht af. Leg duidelijk uit hoe je aan deze eerste orde conditie komt en waarom deze correspondeert met de conditie voor een Nash-evenwicht.
- c) Bepaal de optimale biedstrategie $b^*(v)$ die correspondeert met het symmetrische Nash-evenwicht (Hint: ga er van uit dat de inverse biedstrategie $\sigma(b)$ lineair in het bod b is, dat wil zeggen, de vorm $\sigma(b) = \alpha b$ heeft, waarbij α mogelijk van n en κ afhangt, en bepaal op basis daarvan de optimale biedstrategie $b^*(v)$.)
- d) Bepaal de verwachte opbrengst van deze veiling voor de verkoper. (Hint: de verwachte waarde van de r -de *order statistic*, bij een uniforme verdeling op $[0, 1]$, is $E[V_{(r)}] = \frac{r}{n+1}$.)

Stel nu dat het goed geveild wordt middels een Engelse veiling waarbij nog steeds de hoogste bidder κ maal zijn eigen bod moet betalen.

- e) Bepaal de uitkomst van deze Engelse veiling en de bijbehorende opbrengst voor de verkoper.
- f) Leg uit wat de *Revenue Equivalence Theorem* is en onder welke voorwaarden deze stelling geldt. Voldoet bovenstaande veiling aan deze voorwaarden? Welke veiling, en welke waarde van κ zal de verkoper van het goed kiezen, als zij risico-neutraal is? Leg duidelijk uit.

Stel nu dat de bidders voor het begin van de veiling samenkomen en een biedkartel vormen (een zogenaamde *auction ring*). Ze vertellen elkaar dan hun echte waarde (waarbij we er nu van uit gaan dat ze elkaar de waarheid zullen vertellen) en besluiten om zodanig te gaan bieden zodat degene met de hoogste waarde het goed tegen de laagst mogelijke prijs krijgt.

- g) Welke afspraak kunnen ze dan het beste met elkaar maken betreffende hun bod in een eerste prijs gesloten bod veiling? En welke afspraak zullen ze maken in een Engelse veiling?
- h) Stel nu dat de bidder met de laagste waardering tijdens de veiling terug kan komen op de afspraak, in een poging om toch zelf het goed te bemachtigen. Is dit een probleem in de eerste prijs gesloten bod veiling? En in de tweede prijs gesloten bod veiling? In welke type veiling is een biedkartel dus moeilijker te handhaven?

Opgave 4 (25 punten)

Twee bedrijven concurreren met elkaar voor het aannemen van een werknemer. De produktiviteit x van die werknemer als hij voor één van die bedrijven gaat werken is een kansvariabele getrokken uit de uniforme verdeling op $[0, 1]$. Er is sprake van asymmetrische informatie omdat de bedrijven deze produktiviteit niet waar kunnen nemen, maar de werknemer deze zelf wel kent. Verder geldt dat als de werknemer niet voor een van deze bedrijven gaat werken zijn inkomen gelijk zal zijn aan $y(x) = \frac{1}{3}\sqrt{x}$.

- a) Bepaal de door bedrijven verwachte produktiviteit $\rho(w)$ van de werknemer bij een loon w , gegeven dat deze werknemer het aanbod w alleen accepteert als dat niet lager is dan zijn alternatieve inkomen $y(x)$.
- b) Maak een figuur van $\rho(w)$. Leg duidelijk uit wat tegenselectie (*adverse selection*) is. Is er in bovenstaande arbeidsmarkt sprake van tegenselectie?
- c) Bepaal de verwachte winst van de bedrijven als ze loon w aanbieden. De bedrijven concurreren met elkaar middels het loon. Leg duidelijk uit waarom in het Nash-evenwicht w^* van het spel tussen de twee bedrijven de verwachte winst voor elk van die bedrijven gelijk zal zijn aan 0. Bepaal alle waarden voor w waarvoor de verwachte winst voor de bedrijven gelijk aan 0 is.
- d) Welke van de waarden voor w uit opgave c) correspondeert met een Nash-evenwicht? Leg uit en geef dit Nash-evenwicht aan in de figuur van opgave b). Karakteriseer (in termen van hun produktiviteit x) alle werknemers die, in het evenwicht, het aanbod van de bedrijven aan zullen nemen.
- e) Bepaal de efficiënte verdeling van arbeid. Dat wil zeggen, bepaal alle x waarvoor geldt dat het, uit een welvaartsoogpunt, efficient is dat de werknemer met die produktiviteit in het bedrijf werkt. Worden er in het evenwicht, zoals bepaald bij onderdeel d), te veel mensen aangenomen, of juist te weinig? Leg uit.