Basis Actuariaat I

Tentamen 30 Maart 2010

Locatie: sectie actuariaat
Duur: 9–12 u

Instructies:

- schrijf je antwoorden op het bijgeleverde tentamenpapier;
- vermeld op elke ingeleverde bladzijde je naam en studentnummer;
- op een elektronisch rekentoestel na mogen er geen hulpmiddelen gebruikt worden;
- schrijf eventuele opmerkingen voor de docent op je antwoordenblad;
- veel succes!

[10 punten] 1. An is 18 jaar oud. Van haar ouders krijgt zij een verzekeringspolis kado: een verzekering bij overlijden. Bij overlijden in de eerstkomende 10 jaar wordt aan het einde van het jaar van overlijden een bedrag van 10.000 euro uitgekeerd. Bij later overlijden is de uitkering slechts 5.000 euro. De netto koopsom K_1 voor deze verzekering bedraagt 800 euro. Verder is gegeven dat $A_{18} = 0.125$ euro voor een 18–jarige vrouw.

(a) Bepaal een uitdrukking voor de koopsom K_1 voor de verzekering (in termen van interest en overlevingskansen).

(b) An wil zelf direct de verzekering uitbreiden tot een levenslange verzekering bij overlijden met uitkering van 10.000 euro. Welke verzekering moet zij daarvoor nog aankopen? Geef de formule voor de netto koopsom K_2 voor deze extra verzekering.

(c) Bereken de netto koopsom K_2 met behulp van de hierboven gegeven bedragen.

Uitw. (a) $K_1 = \sum_{k=0}^{9} 10.000 v(k+1)\ {}_kp_{18} q_{18+k} + \sum_{k=10}^{+\infty} 5.000 v(k+1)\ {}_kp_{18} q_{18+k}$.

(b) Nog aan te kopen: een 10 jaar uitgestelde levenslange kapitaalverzekering bij overlijden met verzekerd bedrag 5.000 euro.

$$K_2 = 5.000\,{}_{10|}A_{18} = \sum_{k=10}^{+\infty} 5.000 v(k+1)\ {}_kp_{18} q_{18+k}.$$

(c) Gebruik de relatie $A_{18} = A_{18:\overline{10}|} + {}_{10|}A_{18}$. We weten dat

$$\begin{aligned} K_1 &= 5.000 A_{18} + 5.000 A_{18:\overline{10}|} = 800 \\ &\Downarrow \\ A_{18:\overline{10}|} &= (800 - 5.000 \times 0.125)/5.000 \\ &= 0.035. \end{aligned}$$

Bijgevolg is: ${}_{10|}A_{18} = A_{18} - A_{18:\overline{10}|} = 0.125 - 0.035 = 0.09$ en vinden we

$$K_2 = 5000 \times 0.09 = 450.$$

[10 punten] 2.

(a) Veronderstel dat

$$\ell_x = 100.000(100-x)^2 \text{ voor } 0 \le x \le 100.$$

Bereken de kans dat iemand die nu 20 is de pensioenleeftijd van 65 zal halen.

(b) **Veronderstel dat sterfte de meegeleverde sterftetafel volgt.** Bereken dan de kans dat een leven (65) zal sterven tussen leeftijd 80 en 90.

Uitw. (a) We zoeken

$$\begin{aligned} {}_{45}p_{20} &= \frac{\ell_{65}}{\ell_{20}} \\ &= \frac{100.000(100-65)^2}{100.000(100-20)^2} \\ &= 0.1914. \end{aligned}$$

(b) De gevraagde kans is ${}_{15|10}q_{65}$. Deze kan berekend worden als:

$$\begin{aligned} {}_{15|10}q_{65} &= \frac{\ell_{80}-\ell_{90}}{\ell_{65}} \\ &= \frac{3.914.365-1.058.491}{7.533.964} \\ &= 0.3791. \end{aligned}$$

[10 punten] 3. Voor een speciale levenslange postnumerando lijfrente ('whole life annuity–immediate') gelden volgende betalingen

age	payments
35≤ en <45	20
45≤ en < 60	15
60 & later	10

Veronderstel dat de uitkeringen jaarlijks betaald worden en dat:

- sterfte de meegeleverde sterftetafel volgt;
- $i = 6\%$.

Bereken de actuarieel contante waarde van deze lijfrente.

Uitw. De actuarieel contante waarde van deze lijfrente kan geschreven worden als:

$$\begin{aligned} \text{APV} &= {}_1E_{35}(10\ddot{a}_{36} + 5\ddot{a}_{36:\overline{25}|} + 5\ddot{a}_{36:\overline{10}|}) \\ &= vp_{35}(10\ddot{a}_{36} + 5\ddot{a}_{36:\overline{25}|} + 5\ddot{a}_{36:\overline{10}|}). \end{aligned}$$

Uit de tabel halen we:

$$\begin{aligned}
\ddot{a}_{36} &= 15.287 \\
\ddot{a}_{36:\overline{25}|} &= \ddot{a}_{36} - {}_{25}E_{36}\ddot{a}_{61} \\
&= \ddot{a}_{36} - {}_{5}E_{36}\,{}_{20}E_{41}\ddot{a}_{61} \\
&= 15.287 - \left(\frac{738.16}{1000}\frac{271.12}{1000}10.9041\right) \\
&= 13.10476; \\
\ddot{a}_{36:\overline{10}|} &= \ddot{a}_{36} - {}_{10}E_{36}\ddot{a}_{46} \\
&= 15.287 - \left(\frac{542.11}{1000}13.9546\right) \\
&= 7.722.
\end{aligned}$$

Consequently,

$$\begin{aligned}
\text{APV} &= v\, p_{35}\,(10 \times 15.287 + 5 \times 13.104 + 5 \times 7.722) \\
&= 241.9694.
\end{aligned}$$

4. Voor een bijzondere levenslange kapitaalverzekering bij overlijden op (40) geldt:

   – uitkeringen bij overlijden zijn 1.000 euro voor de eerste 5 jaar en 500 daarna;
   – uitkeringen worden betaald aan het eind van het jaar van overlijden;
   – sterfte volgt de bijgevoegde sterftetafel;
   – $i = 6\%$.

   Bereken dan de actuarieel contante waarde van deze verzekering.

Uitw. Er geldt:

$$\begin{aligned}
\text{APV} &= 1000A_{40} - 500\,{}_5E_{40}\,A_{45} \\
&= 1000\left(\frac{161.32}{1000}\right) - 500\left(\frac{735.29}{1000}\right)\left(\frac{201.2}{1000}\right) \\
&= 87.35.
\end{aligned}$$

5. De bruto jaarlijkse premie voor een gemengde verzekering (verzekerd bedrag 10.000 euro) met duur 30 op (30) brengt kosten in rekening volgens onderstaand schema: (noem deze bruto premie G, premies worden betaald gedurende de looptijd van het contract)

   - verkoopscommissie is 40% van G en moet enkel in het eerste jaar betaald worden;
   - vernieuwingscommissie is 5% van G en moet betaald in jaren 2 tem 10;
   - per polis bedragen de administratieve kosten 12.5 euro per verzekerde 1.000 euro in het eerste jaar en 2.5 euro per verzekerde 1.000 euro in de jaren daarna.

   Verder is $i = 4\%$ en geldt onderstaande tabel. Bereken G.

n	$\ddot{a}_{30:\overline{n}\vert}$
10	8.409
20	14.01
30	17.626

Uitw. G moet voldoen aan

$$G\ddot{a}_{30:\overline{30}|} = 10.000A_{30:\overline{30}|} + 0.35G + 0.05G\ddot{a}_{30:\overline{10}|} + 100 + 25\ddot{a}_{30:\overline{30}|}.$$

Verder is $A_{30:\overline{30}|} = 1 - d\ddot{a}_{30:\overline{30}|} = 1 - \frac{0.04}{1.04}17.626 = 0.3221$. Dan is G gegeven door:

$$G = \frac{10.000 \times 0.3221 + 100 + 25 \times 17.626}{17.626 - 0.35 - 0.05 \times 8.409} = 223.16.$$