

Op een elektronische rekenmachine na, mogen er geen hulpmiddelen gebruikt worden.
Vermeld op alle in te leveren papieren: naam en collegekaartnummer.

Opgave 1 (20 pnt)

- a) Gegeven is de kasstroom vector $\mathbf{c} = (0, 2, 2, 2, 1, 1)$ en de discountfunctie $v(k) = 1 - \frac{k}{5}$.

Bereken de contante waarde van deze kasstroom.

- b) Veronderstel nu dat deze kasstroom alleen wordt uitbetaald bij in leven zijn van de ontvanger. Bij benadering geldt een 1-jarige overlevingskans

$$p_x = 0,99 \quad x = 25, 26, \dots, 29.$$

Bereken onder deze aannames, de contante waarde van de kasstroom vector \mathbf{c} .

- c) Beoordeel de volgende uitspraak: waar of niet waar? Geef een bewijs of een tegenvoorbeeld.

“Gegeven is een gegarandeerde kasstroom vector \mathbf{c} . Neem een willekeurige deelverzameling van deze kasstroom (bijvoorbeeld (c_1, c_2, c_5)) en bepaal van deze deelverzameling de waarde op tijdstip k . Vervang vervolgens de deelverzameling door één enkele betaling op tijdstip k , gelijk aan de berekende waarde. Dit leidt tot een nieuwe kasstroom vector \mathbf{c}^ die actuariael equivalent is aan de originele \mathbf{c} .”*

Opgave 2 (15 pnt)

Gegeven is de sterftetafel $q_x = 1 - e^{-c \cdot (1,09)^x}$ (met $c = 0,00005$ en met $q_x = 1$ vanaf $x = 119$).

- a) Uit onderzoek blijkt dat de sterftekansen van de verzekerde groep lager zijn dan de kansen op basis van deze sterftetafel. Moet nu de constante c worden verhoogd of verlaagd? Toon dit aan.
- b) Vergelijk de sterftekansen van een verzekerde groep met de sterftekansen van de gehele Nederlandse bevolking. Kun je in het algemeen stellen dat de eerste groep gemiddeld een lagere sterftkans heeft? Moet je hier onderscheid maken per verzekeringsvorm?

- c) Bewijs dat in het algemeen geldt: $p_x = \frac{-1 + \ddot{e}_x}{\ddot{e}_{x+1}}$.

Opgave 3 (35 pnt)

Een verzekeraar hanteert een constante interest i van 3% en als kansmodel voor de levensduur van (x) :

$$p_{x+k} = 1 - \frac{1}{100 - x - k}, \quad k=0, 1, \dots, 100-x-1.$$

- a) Gegeven de vaste intrest i en het kansmodel, kan de volgende recursierelatie worden opgesteld. Toon dit aan.

$$A_{x+1} = \frac{(100 - x)(1 + i)A_x - 1}{100 - x - 1}$$

Een verzekerde (25) koopt bij deze verzekeraar een levenslange kapitaalverzekering bij overlijden, met een uitkering van 2.000 (betaling aan het einde van het overlijdensjaar). De koopsom voor deze verzekering is 792.

- b) Na een jaar wil de verzekerde (26) de uitkering van 2.000 uit deze levenslange overlijdensverzekering, verhogen. Hij betaalt de verzekeraar hiervoor eenmalig een bedrag van 500. Bereken de verhoging die de verzekerde met deze eenmalige storting kan verzekeren.
- c) De verzekeraar stelt echter voor om de verhoging (zoals beschreven in vraag 3b) een uitstelduur van 1 jaar te geven. Wat is nu de hoogte van de levenslange uitkering bij overlijden die de verzekerde met het bedrag van 500 kan verzekeren?
- d) Veronderstel voor dit onderdeel een willekeurige discountfunctie $v(k)$ en een sterftemodel waarvoor geldt $q_{x+1} \geq q_x$, voor alle x . Toon aan dat $A_{x+1} \geq A_x$.

Tip: $A_x(\mathbf{b}) = \ddot{a}_x(\Delta\mathbf{b}) - \ddot{a}_x(\mathbf{d} * \mathbf{b})$ {met $\mathbf{d} * \mathbf{b}$ een vector (puntsgewijze vermenigvuldiging van twee vectoren), $\Delta\mathbf{b} = (b_0, b_1 - b_0, b_2 - b_1, \dots, b_n - b_{n-1}, -b_n)$ en $d_k = 1 - v(k, k + 1)$ }

Opgave 4 (30 pnt)

Een 40-jarige man gaat tegen koopsombetaling een verzekering aan, waarbij hij vanaf 65-jarige leeftijd levenslang een jaarlijkse uitkering ontvangt van €25.000. Overlijdt hij echter voordat deze lijfrente is ingegaan, dan zal de koopsom (zonder intrest) door de verzekeraar worden gerestitueerd (en uitgekeerd aan het einde van het overlijdensjaar van de verzekerde). De verzekeraar hanteert voor de berekeningen het excelsheet, zoals in de bijlage bij het tentamen.

- a) Bereken met behulp van het excelsheet de koopsom voor de 40-jarige man.
- b) Vul de twee grijze vlakken in het excelsheet aan: $y_{40}^{(19)}$ ($= v^{(19)}_{19} p_{40}$) en q_{65} .
- c) De 40-jarige man besluit om in plaats van een koopsom, tijdens de uitstelduur van de verzekering een jaarlijkse premie te betalen (indien in leven), zónder premierestitutie bij overlijden. Hoe hoog is deze premie?
- d) Beschouw nu alleen de koopsom voor een levenslange jaarlijkse lijfrente van €25.000, ingaande op 65-jarige leeftijd. Is de koopsom voor de verzekering van deze uitgestelde lijfrente, voor een 41-jarige man hoger of lager dan de koopsom voor de 40-jarige man? Toon dit aan.
- e) Leg je conclusie bij vraag 4d) uit in woorden.