Tentamen Basis Actuariaat 1 02 juli 2008

Op een elektronische rekenmachine na, mogen er geen hulpmiddelen gebruikt worden.
Vermeld op alle in te leveren papieren: naam en collegekaartnummer.

Opgave 1 (20 pnt)

Klant A heeft een lening met openstaand kapitaal L bij de bank. Voor deze lening moet de klant nog dit jaar een intrestvergoeding voldoen (op t=0) en aan het begin van het tweede jaar ook. Het interestpercentage waarmee deze vergoeding berekend wordt is i. Aan het eind van het tweede jaar moet de klant de lening in één keer aan de bank terugbetalen.

a) Geef de betalingen van de klant weer in de vector $\boldsymbol{c}$. Specificeer deze vector. Geef, bij een disconteringsfunctie $\boldsymbol{v} = (v(0), v(1), v(2))$, de contante waarde van de toekomstige betalingen van klant A.

De bank biedt zijn klanten de mogelijkheid een 2-jarig deposito aan te gaan. Hierbij ontvangt de klant aan het einde van het eerste jaar en aan het einde van het tweede jaar, een vast intrestpercentage over het spaarsaldo (rente op rente). Het beginsaldo dat in het 2-jarig deposito wordt ingelegd, geven we weer met L , de jaarlijkse interestvergoeding met r en de gehele kasstoom met de vector $\boldsymbol{e}$.

b) Specificeer de kasstroomvector $\boldsymbol{e}$. Geef, bij een disconteringsfunctie $\boldsymbol{v} = (v(0), v(1), v(2))$, de contante waarde van deze kasstroom.

Klant A heeft naast de lening L, bij dezelfde bank ook een spaarsaldo groot L. Hij overweegt nu om dit spaarsaldo in het deposito te storten. De bank echter wil de klant overhalen om zijn lening vervroegd af te lossen, en biedt de klant een eenmalige korting op de terug te betalen lening, van $x\%$. Voorwaarde is dat klant A de lening per direct aflost (op t=0). Klant A is hiertoe alleen bereid, als de korting dusdanig gunstig is, dat er minimaal sprake is van actuariële equivalentie tussen de keuzes.

c) Geef de vergelijking van actuariële equivalentie (in dit voorbeeld).

d) Veronderstel de volgende parameters:
$L = 100.000$; $i = 4\%$; $r = 6\%$; $v = (1, 1/1.04, 1/1.04 \wedge 2)$

Hoe groot moet de korting $x\%$ minimaal zijn?

(Vervolg op volgende pagina)

Veronderstel nu dat in het contract van klant A is bepaald dat de lening zou worden kwijtgescholden indien arbeidsongeschiktheid optreedt tijdens de looptijd van de lening. De kans op arbeidsongeschiktheid (q_{ao}) beschouwen we gelijk voor iedere leeftijd en positief $(q_{ao} > 0)$. Deze bepaling van arbeidsongeschiktheid beïnvloedt keuze bij d).

e) Bewijs dat de MINIMALE korting zal moeten toenemen.

Opgave 2 **(20 pnt)**

Veronderstel bij constante interest, een $n+1$ jaar durende, gelijkblijvende, *pre*numerando annuïteit, met betalingen jaarlijks groot 1. Beschouw hiernaast een $n+1$ jaar durende, stijgende, *post*numerando annuïteit, waarbij de betalingen jaarlijks stijgen met 1.

a) Geef het actuariële symbool om de CONTANTE WAARDE weer te geven van de betalingen die horen bij de prenumerando annuïteit. Geef ook bijbehorende sommatieformule.

b) Geef het actuariële symbool om de CONTANTE WAARDE weer te geven van de betalingen die horen bij de stijgende postnumerando annuïteit. Geef ook bijbehorende sommatieformule.

Voeg beide kasstromen samen tot één enkele reeks van betalingen. Deze samenvoeging is te schrijven als een standaard actuariële koopsom waarbij nog een restwaarde X wordt opgeteld.

c) Geef het actuariële symbool en bepaal de X (uitgedrukt in v en n).

d) Veronderstel nu een disconteringsfunctie $v(t)$ met variabele interest. Bepaal, indien mogelijk, wederom een uitdrukking voor X (uitgedrukt in v en n).

Opgave 3 **(30 pnt)**

a) Wat is het verschil tussen een generatie overlevingstafel en een cohort (periode)-overlevingstafel.

b) Stel je hebt de beschikking over een onlangs afgeronde generatie overlevingstafel en een een cohort (periode)-overlevingstafel (1991-1995). Voor het bepalen van de voorziening verzekeringverplichtingen, heb je een overlevingskans nodig van een 80-jarige. Je moet de voorziening zo getrouw mogelijk berekenen. Aan welke van de twee overlevingstafels geeft je de voorkeur? Licht je antwoord toe.

(Vervolg op volgende pagina)

Gegeven is nu de gemodelleerde sterftetafel:

$q_x = 1 - e^{-0,0001\ (1,07)^x} \quad x = 0,1,...,118$ en $q_x = 1\ voor\ x = 119$

c) Hoe groot is de kans dat een 30-jarige overlijdt vóórdat hij 34 is, maar ná het bereiken van de 32-jarige leeftijd? Geef het actuarieel symbool om deze kans weer te geven en bereken deze kans.

d) Neemt deze kans toe of af als deze 30-jarige de 31-jarige leeftijd inmiddels heeft bereikt? Licht je antwoord toe.

Nemen we aan dat in enig jaar alle sterftegevallen plaatsvinden halverwege het jaar (= op de *helft* van het jaar), dan kunnen we voor een groep van l_x personen, het *totaal* aantal toekomstige jaren, schrijven als:

$$X_1 + X_2 \cdot \sum_{k=0}^{\infty} {}_n p_x$$

e) Geef een uitdrukking voor X_1 en X_2.

Opgave 4 **(30 pnt)**

Voor een speciale, volledig discrete levenslange kapitaalverzekering bij overlijden op (45) geldt:

(i) verzekerd kapitaal is 1000 en dit wordt uitbetaald aan het eind van het jaar van overlijden;
(ii) premies worden betaald gedurende 30 jaar en zijn bepaald op basis van actuariele equivalentie. Voor dit contract is de premie gedurende de eerste 15 jaar gelijk aan $1000P_{45}$ en π gedurende de volgende 15 jaar;
(iii) sterftekansen zijn gegeven in bijgevoegde tabel;
(iv) i=0.06.

Beantwoord volgende vragen:

(a) geef de actuarieel contante waarde van de uitkeringen bij dit contract;
(b) geef de actuarieel contante waarde van de premies;
(c) bereken de onbekende π.

EINDE VAN HET TENTAMEN