

# Tentamen Basis Actuarieat 1

28 januari 2007

Noteer op al je in te leveren papieren naam en collegekaart nummer!

Studenten die de Excel toets gedaan hebben hoeven opgave 1 niet te maken, mogen dit echter wel. Het hoogste cijfer telt!

## Opgave 1 (20 pnt)

Bewijs uitgaande van de definities, in termen van sommaties, de volgende gelijkheid.

$$(Ia)_{\overline{n+m}|} = X_1 * (I\ddot{a})_{\overline{m}|} + X_2 * (Ia)_{\overline{n}|} + X_3 * a_{\overline{n}|}$$

Bepaal de  $X_1$ ,  $X_2$  en  $X_3$ , waarbij als onbekende mogen voorkomen:  $n$ ,  $m$  en  $i$  (of  $v$ ).

## Opgave 2 (10 pnt)

Het spaarsaldo aan het begin van het jaar bedraagt € 5.500. Het saldo aan het eind van het jaar wordt bepaald door de intrestintensiteit  $\delta(t)$  over dat jaar. Deze intrestintensiteit start op  $t=0$ : 0,125, en volgt gedurende het jaar een kwadratische functie. Op de helft van het jaar is de intrestintensiteit gelijk aan 0,105.

- Als nu blijkt dat het spaarsaldo aan het eind van het jaar is aangegroeid tot € 6.105, hoe groot was dan de intrestintensiteit aan het einde van het jaar?
- Bepaal de functie  $\delta(t)$ .

## Opgave 3 (25 punten)

Op enig moment is van een lening de resterende looptijd 10 jaar ( $n = 10$ ) en de schuldrest gelijk aan €100.000 ( $=S_0$ ). De lening is destijds afgesloten tegen een intrestvoet van 7%. Voor de wijze van aflossen van de resterende schuld van €100.000, geeft de bank de leningnemer een keuzemogelijkheid. De leningnemer kan kiezen voor het gelijkmatig aflossen ('de gelijkmatig aflosbare lening') of voor een annuïtaire aflossing ('de annuïtaire lening'). In beide gevallen laat de bank de intrestvoet van 7% ongewijzigd, even als de resterende looptijd van 10 jaar.

- Geef de algemene uitdrukkingen van  $b_k$ ,  $a_k$  en  $i S_{k-1}$  voor de beide leningvormen voor de resterende duur.
- Geef voor beide leningvormen de algemene uitdrukking voor  $R_0$  (de rentabiliteitswaarde).

Aannemende dat de leningnemer kiest voor die leningvorm met de laagste koers  $K_0$ , welke leningvorm kiest de leningnemer dan, als de rentevoet voor **nieuwe** leningen gelijk is aan:

- c. 6%
- d. 7%
- e. 8%

#### Opgave 4 (20 punten)

Bewijs de recursierelatie voor de koopsom van een levenslange overlijdensverzekering:  $A_x = A_{\overline{x:n}|} + A_{\overline{1}|x:n} A_{x+n}$ .

Een 35-jarige verzekeringnemer overweegt het afsluiten van een levenslange verzekering van 100.000,-. Deze verzekering wordt uitgekeerd aan het eind van zijn overlijdensjaar. Uit een folder van de verzekeringsmaatschappij traceert hij dat de koopsom voor een dergelijke verzekering voor een 40-jarige man 25.000,- bedraagt. Verder kan hij wel twee koopsommen voor hemzelf uit de folder halen, echter deze verzekeringen zijn tijdelijk, 5 jaar. Een van beide keert na 5 jaar 100.000,- uit, of eerder bij zijn overlijden. De koopsom hiervoor bedraagt 80.000,-. De ander keert alleen uit bij overlijden. De koopsom hiervoor bedraagt 750,-.

Bereken nu voor de verzekeringnemer, op basis van deze gegevens, zijn koopsom voor de levenslange verzekering.

#### Opgave 5 (25 punten)

Een verzekeraar heeft de volgende verzekering ontworpen.

De verzekerde betaalt 30 jaar lang jaarlijks een premie  $P$ . Deze premie wordt betaald in twee gelijke termijnen, aan het begin van ieder halfjaar. In de jaren van premiebetaling vindt geen sterfte plaats. Na de premiebetaling van 30 jaar gaat een verzekering in die een bedrag van €20.000,- uitkeert direct na overlijden. Verondersteld wordt dat sterfte plaatsvindt volgens de sterftewet van De Moivre. De dichtheid wordt volgens deze wet gegeven door de functie  $f(t) = \frac{1}{\omega - x}$ . Hierbij is  $x =$  de leeftijd van de persoon bij aanvang van de verzekering, op  $t=0$ , (dus na 30 jaar premiebetaling) en  $\omega = 115$  is de maximum leeftijd.

- a. Geef de formule van de contante waarde van de premiebetaling bij aanvang van de premiebetaling. Werk deze formule uit met als enig onbekende  $p$  en  $i$  (of  $v$ ).
- b. Geef de formule van de contante waarde van de uitkeringen uit hoofd van de verzekering bij aanvang van de premiebetaling.
- c. Bereken  $P$ , de jaarlijkse premie, indien gegeven is dat de leeftijd van de persoon bij het ingaan van de verzekering 55 jaar is. De rekenrente is 4% per jaar.