



FACULTEIT ECONOMIE EN BEDRIJFSKUNDE
Afdeling Kwantitatieve Economie

Wiskunde III AEO, onderdeel Analyse (B3)

dinsdag 2 juli 2007

Voor dit onderdeel heb je 90 minuten. De normering per onderdeel is als volgt:

Normering							
1a	4	2a	5	3a	5	4a	4
b	3	b	5	b	5	b	4
c	3			c	5	c	7

Het maximaal te behalen aantal punten is 50, het cijfer de score gedeeld door 5. De uitslag is uiterlijk bekend op **17 juli 2007**. Voor inzage van het beoordeelde werk dien je een afspraak te maken (r.ramer@uva.nl). Succes!

Opgave 1

Gegeven is de rij $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ door

$$\begin{cases} a_1 = 3, \\ a_{n+1} = \ln(a_n + 1). \end{cases}$$

- (a) Laat met behulp van volledige inductie zien dat $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ monotoon dalend is.
- (b) Beredeneer dat $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ begrensd is.
- (c) Bewijs dat de rij $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ convergent is, en bepaal de limiet.

Opgave 2

Gegeven is de rij $\{c_n\}_{n=1}^{\infty}$ door $c_n = (-1)^n \frac{\ln(n)}{n^2}$ voor $n = 1, 2, \dots$

- (a) Laat zien dat $\{c_n\}_{n=1}^{\infty}$ sommeerbaar is.
- (b) Is de rij van partiële sommen *absoluut convergent*? Hint: gebruik het integraal criterium.

ZIE OMMEZIJDE

Opgave 3

Gegeven is de functie g als machtreeks $g(x) = \sum_{n=1}^{\infty} nx^{n-1}$.

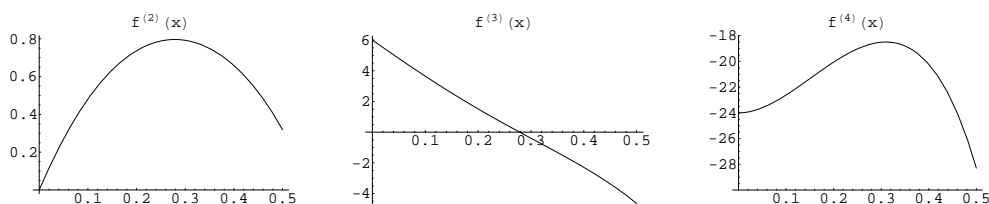
- (a) Bepaal het interval van convergentie en convergentiestraal van deze machtreeks.
- (b) Geef een gesloten formule voor g .
- (c) Bepaal de som $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^2 - n}{2^n}$.

Opgave 4

Gegeven is de functie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ door $f(x) = (1-x)e^{x^3}$, $x \in \mathbb{R}$.

- (a) Bepaal de Taylorreeks van f om $a = 0$ en wel **zónder** differentiatie. Oftewel, schrijf $f(x)$ als $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ en bepaal $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$.
- (b) Laat hiermee zien dat $f^{(10)}(0) = -4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10$.

Beschouw de volgende output gegenereerd met *Mathematica*, betreffende de grafieken van de tweede, derde en vierde afgeleide van f :



- (c) Gebruik de Taylorpolynoom T_3 om de integraal $\int_0^{0.5} f(x) dx$ te benaderen. Geef met behulp van de *ongelijkheid van Taylor* en de *Mathematica* output een schatting van de maximale fout die je daar bij maakt.