

Dit geheel bestaat uit
2 genummerde bladzijden.



FACULTEIT ECONOMIE EN BEDRIJFSKUNDE
Afdeling Kwantitatieve Economie

Analyse A

11.00–12.30

maandag 30 oktober 2006

Gebruik van een formuleblad of rekenmachine is niet toegestaan.

Puntenverdeling: 4 punten per onderdeel, cijfer = $\frac{\text{aantal punten} + 2}{3}$.

De uitslag is uiterlijk bekend op **20 november 2006**.

Tentameninzage is mogelijk vanaf de uitslagdatum bij de balie van het secretariaat (kamer E3.02).

Vanaf **dinsdag 31 oktober 2006** zijn de uitwerkingen beschikbaar op Blackboard.

Opgave 1

Bereken $\sum_{n=1}^{\infty} 4^{1-2n} \cdot 3^{n-1} \cdot 5^n$.

Opgave 2

Definieer $a_n = \frac{n+1}{n^2}$ voor elk natuurlijk getal n . Men kan nu laten zien dat $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$, zodat op grond van de limietdefinitie bij elke $\varepsilon > 0$ een natuurlijk getal N te vinden is zodat $|a_n - 0| < \varepsilon$ voor elke $n > N$.

Neem nu aan dat $\varepsilon > 0$ gegeven is en definieer $N = \frac{2}{\varepsilon}$. Toon aan dat $|a_n - 0| < \varepsilon$ voor elke $n > N$.

Opgave 3

Definieer voor elk natuurlijk getal p de functie $f_p : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ door

$$f_p(x) = \begin{cases} x^p \sin \frac{1}{x} & \text{als } x \neq 0, \\ 0 & \text{als } x = 0. \end{cases}$$

- (a) Toon aan dat f_p een continue functie is voor elke p .
- (b) Toon aan dat er voor elke p een punt c in $(0, 1)$ bestaat waarvoor $f_p(c) = 2c - 1$. [Hint: Bekijk $g(x) = f_p(x) - 2x + 1$.]

Opgave 4

- (a) Toon aan dat $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+h} - 1}{h} = \frac{1}{2}$.
- (b) Bereken de afgeleide van $f(x) = x\sqrt{x}$ in het punt $a = 1$ met behulp van de definitie van afgeleide.

Opgave 5

Bewijs met volledige inductie dat voor elk natuurlijk getal $n \geq 2$ geldt dat $n^5 - n$ deelbaar is door 5.

EINDE DEELTENTAMEN
