



FACULTEIT ECONOMIE EN BEDRIJFSKUNDE  
Afdeling Kwantitatieve Economie

Voortgangstoets Analyse

Vrijdag 3 december 2010, 10–11 uur

Gebruik van een formuleblad of rekenmachine is *niet* toegestaan. In totaal zijn er 4 opgaven. Het maximaal aantal te behalen punten is 25 die als volgt verdeeld worden over de verschillende onderdelen:

1	2a	2b	2c	2d	3a	3b	4a	4b
3	3	2	3	3	3	2	3	3

Licht ieder antwoord toe. Slechts dan kunnen de maximale punten worden toegekend. Het cijfer wordt bepaald als  $\frac{2}{5} \cdot \text{score}$ .

### Opgave 1

Zij  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  een functie waarvoor  $f'$  en  $f''$  bestaan. Stel dat  $f''$  precies één nulpunt heeft. Toon nu met behulp van de *Middelwaardstelling* aan dat  $f'$  dan hooguit 2 nulpunten heeft, en  $f$  dan hooguit 3 nulpunten.

### Opgave 2

Gegeven is de functie  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  door

$$g(x) = \frac{(x-1)^2}{x^2+1}.$$

- Bepaal de lokale extremen van  $g$ . Bepaal (met behulp van het tekenschema voor de afgeleide) voor ieder extremum of het een maximum danwel minimum betreft.
- Laat zien dat  $g$  een horizontale asymptoot bij  $y = 1$  heeft. Bepaal nu het bereik van  $g$ .
- Laat zien  $g$  een buigpunt heeft in  $x = 0$ ,  $x = -\sqrt{3}$ , en  $x = \sqrt{3}$ . Bepaal de maximale intervallen waarop  $g$  convex/concaaf is.
- Schets op grond van je vorige antwoorden de grafiek van  $g$ . Geef duidelijk je werkwijze aan.

ZIE OMMEZIJDE!!!

### Opgave 3

Bepaal zo mogelijk met behulp van de stelling van de l'Hospital:

(a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(e^x + x^2)}{x},$

(b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^x + x^2)^{1/x}.$

### Opgave 4

Zij  $k, K : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  de twee functies gegeven door  $k(x) = |x| + 1$  en

$$K(x) = \int_0^{2x} k(t) dt.$$

(a) Bepaal  $K(-1)$  en  $K(1)$ .

(b) Is  $K$  differentieerbaar? Zo ja, geef het functievoorschrift voor de afgeleide. Zo nee, licht toe waarom niet.