



FACULTEIT ECONOMIE EN BEDRIJFSKUNDE
Afdeling Kwantitatieve Economie

Analyse A

09.30–12.30

maandag 26 maart 2007

Gebruik van een formuleblad of rekenmachine is niet toegestaan.

De uitslag is uiterlijk bekend op **17 april 2007**.

Tentameninzage is mogelijk vanaf de uitslagdatum bij de balie van het secretariaat (kamer E3.02).

Vanaf **dinsdag 27 maart 2007** zijn de uitwerkingen beschikbaar op Blackboard.

Normering											
1a	1	2	4	3a	2	4a	3	5a	2	6a	2
	b		4		b		2		b		2
									c		2
Tentamencijfer = $\frac{\text{aantal punten}}{3}$											

Opgave 1

Gegeven is de functie $f(x) = \frac{1 + e^x}{1 - e^x}$.

- Wat is het (natuurlijk) domein $\text{dom}(f)$ van f ?
- Bepaal het bereik $\text{ran}(f)$ van f en een formule van de inverse functie $f^{-1} : \text{ran}(f) \rightarrow \text{dom}(f)$.

Opgave 2

Bewijs met volledige inductie dat $\sum_{k=1}^{n+1} \ln\left(1 + \frac{1}{k}\right) = \ln(n+2)$ voor elk natuurlijk getal n .

Opgave 3

- Formuleer de **Middelwaardstelling** (Mean Value Theorem).
- Laat $f : [-3, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ een functie zijn die voldoet aan de voorwaarden voor toepassing van de Middelwaardstelling. Gegeven is dat $f(-3) = -7$ en $f'(x) \leq 2$ voor alle $x \in (-3, 3)$. Toon aan dat $f(3) \leq 5$.

Opgave 4

Zij $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ gegeven door $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$.

- Gebruik de definitie van differentieerbaarheid om aan te tonen dat $f'(1) = \frac{1}{2}$.
- Bepaal de lineaire benadering van f in $x = 1$.

ZIE OMMEZIJDE

Opgave 5

Zij $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ gegeven door $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$.

- (a) Bepaal de maximale intervallen waarop f stijgend resp. dalend is, alsmede de eventuele extreme waarden van f .
- (b) Bepaal de maximale intervallen waarop f convex ('concave upward') resp. concaaf ('concave downward') is, alsmede de eventuele buigpunten van f .
- (c) Bepaal de eventuele horizontale en verticale asymptoten en teken de grafiek van f .

Opgave 6

Zij $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ gegeven door $f(x) = \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$.

- (a) Bepaal een primitieve van f .
- (b) Bereken $\int_0^{\frac{1}{4}\pi^2} f(x) dx$.
- (c) Toon aan dat $\int_1^{\infty} f(x) dx$ divergent is.

EINDE TENTAMEN
