



FACULTEIT ECONOMIE EN BEDRIJFSKUNDE  
Afdeling Kwantitatieve Economie

Analyse A, deeltentamen

maandag 26 oktober 2009, 9–11 uur

Gebruik van een formuleblad of rekenmachine is niet toegestaan. De uitslag wordt komend blok bekendgemaakt. Inzage van het werk is mogelijk vanaf de uitslagdatum bij de balie van het secretariaat (kamer E3.02). Het maximaal aantal te behalen punten wordt hieronder in de tabel per onderdeel aangegeven.

1a	1b	2a	2b	2c	3a	3b	3c	4a	4b	4c	5a	5b	6a	6b	6c
2	4	4	2	4	3	3	3	2	4	4	3	3	4	2	3

Dit aantal wordt toegekend indien er sprake is van een **gemotiveerd** en juist antwoord. In totaal zijn er 50 punten te verdienen en het cijfer wordt bepaald als  $\frac{1}{5} \cdot \text{score}$ .

### Opgave 1

- (a) Geef de definitie van een oneindige limiet van een functie  $f$  in een punt  $a$ , dwz

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty.$$

- (b) Laat met behulp van onderdeel (a) zien dat

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(1-x)^2} = +\infty.$$

### Opgave 2

Gegeven is de functie

$$f(x) = \frac{x}{x+1}.$$

- (a) Bepaal het domein en het bereik van  $f$ .
- (b) Laat  $g = f \circ f$ , de samengestelde functie van  $f$  met zichzelf. Vind het functievoorschrift voor  $g$ .
- (c) Bepaal het domein en het bereik van  $g$ . Hint: houd rekening met onderdeel (a).

ZIE OMMEZIJDE!!!

### Opgave 3

Bepaal de volgende limieten:

(a) 
$$\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^3 + 3x^2 - 10x}{x^2 - 25}.$$

(b) 
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - x + 3}}{3x - 5}.$$

(c) 
$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} e^{\tan(2x)}.$$

### Opgave 4

(a) Geef de definitie van de afgeleide  $k'(a)$  van een functie  $k$  in  $a$ .

Gegeven is

$$k(x) = \begin{cases} x^3 & x \leq 1 \\ cx + d & x > 1. \end{cases}$$

(b) Vind de coëfficiënten  $c$  en  $d$  zodat de functie  $k$  differentieerbaar op  $\mathbb{R}$  is. Motiveer je antwoord.

(c) Is de functie die je in onderdeel (b) hebt gevonden twee keer differentieerbaar op  $\mathbb{R}$ ? Motiveer je antwoord.

### Opgave 5

Gegeven is de functie  $z(x) = x + (x - 1) \sin(\sin x)$ .

(a) Bepaal de lineaire benadering van  $z$  in het punt  $\pi$ .

(b) Bewijs dat er  $x > 0$  bestaat waarvoor  $z(x) = \frac{\pi}{2}$ .

### Opgave 6

(a) Geef de definitie voor het begrip *begrensde getallenverzameling*. Geef één voorbeeld van een verzameling die begrensd is, en één voorbeeld van een verzameling die onbegrensd is.

(b) Geef de definitie voor het begrip *begrensde functie*.

(c) *Elke stijgende functie  $f$  gedefinieerd op een begrensd interval  $I$  is begrensd.* Is deze bewering juist of onjuist? Geef aan waarom.