



FACULTEIT ECONOMIE EN BEDRIJFSKUNDE
Afdeling Kwantitatieve Economie

Analyse A, tentamen

woensdag 6 januari 2010, 9–12 uur

Dit tentamen bestaat uit 6 opgaven, verspreid over de volgende 3 pagina's. Het maximaal aantal te behalen punten per onderdeel wordt hieronder in de tabel aangegeven.

1a	1b	2a	2b	2c	2d	3a	3b	3c	3d	3e	4a	4b	5a	5b	6a	6b
3	4	2	2	4	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3

Dit aantal wordt toegekend indien er sprake is van een **gemotiveerd** en juist antwoord. In totaal zijn er 50 punten te verdienen en het cijfer wordt bepaald als $\frac{1}{5} \cdot \text{score}$.

Gebruik van een formuleblad of rekenmachine is niet toegestaan. De uitslag wordt binnen 13 werkdagen bekendgemaakt. Inzage van het werk is mogelijk vanaf de uitslagdatum bij de balie

van het secretariaat (kamer E3.02).

ZIE OMMEZIJDE!!!

Opgave 1

Zij $\alpha \in \mathbb{R}$ een constante en $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ de functie gegeven door

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(\pi x)}{x} & \text{als } x \neq 0, \\ \alpha & \text{als } x = 0. \end{cases}$$

- (a) Bepaal de waarde van α waarvoor f continu op \mathbb{R} is.
- (b) Is f voor deze waarde van α differentieerbaar? Zo ja, bepaal $f'(0)$. Zo nee, leg uit waarom niet.

Opgave 2

Zij k de functie gegeven door het voorschrift

$$k(x) = \ln(x - 2) + \ln(x + 3).$$

- (a) Bepaal het domein van k en laat zien dat k hierop strikt stijgend is.
- (b) Concludeer op de basis van (a) dat k inverteerbaar is. Wat is het bereik van k^{-1} ?
- (c) Bepaal het functievoorschrift van de functie k^{-1} .
- (d) Wat is het domein van k^{-1} ?

ZIE OMMEZIJDE!!!

Opgave 3

Zij $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ de functie gedefinieerd door het voorschrift

$$g(x) = \frac{x}{x^2 - 2x + 2}. \quad (1)$$

De tweede afgeleide van g in (1) wordt gegeven door

$$g''(x) = \frac{2(4 - 6x + x^3)}{(x^2 - 2x + 2)^3}.$$

- (a) Bepaal de kritieke punten van g op \mathbb{R} .
- (b) Bepaal het tekenschema voor de *eerste* afgeleide en aan de hand daarvan de aard van de kritieke punten (zadelpunt, maximum/minimum).
- (c) Laat zien dat $x = 2$ kandidaat is voor een buigpunt. Vind de andere twee kandidaat buigpunten.
- (d) Bepaal het tekenschema voor de *tweede* afgeleide en de maximale intervallen waarop g concaaf danwel convex is.
- (e) Bepaal zo mogelijk $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$ en $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$. Schets de grafiek van g .

Opgave 4

- (a) Formuleer de *Hoofdstelling van de Analyse*.
- (b) Gegeven is de functie $H : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ door

$$H(x) = \int_{\sin(x)}^{2x} e^{-t^2} dt.$$

Bepaal $H'(x)$ voor alle x .

ZIE OMMEZIJDE!!!

Opgave 5

(a) Bepaal $\int_0^{\sqrt{3}} x \cdot \arctan(x) \, dx$.

(b) Bepaal $\int_0^{1600} \frac{1}{1 + \sqrt{x}} \, dx$. *Opmerking:* $\ln(1 + \sqrt{x})$ is niet een gezochte primitieve!

Opgave 6

(a) Bepaal (eventueel met breuksplitsen) $\int \frac{1}{x^2 - 4x + 3} \, dx$.

(b) Beschouw de integraal

$$\int_4^{\infty} \frac{1}{x^2 - 4x + 3} \, dx.$$

Bepaal of deze integraal convergeert of divergeert. Indien convergent, wat is zijn waarde?