



FACULTEIT ECONOMIE EN BEDRIJFSKUNDE  
Afdeling Kwantitatieve Economie

---

---

Analyse A, tentamen

donderdag 25 maart 2010, 9–12 uur

---

---

Dit tentamen bestaat uit 6 opgaven, verspreid over 3 pagina's. Het maximaal aantal te behalen punten per onderdeel wordt hieronder in de tabel aangegeven.

1a	1b	1c	2a	2b	2c	3a	3b	3c	3d	3e	4a	4b	4c	5a	5b	6a	6b
2	3	3	2	3	3	3	3	3	3	2	2	3	3	3	3	3	3

Dit aantal wordt toegekend indien er sprake is van een **gemotiveerd** en juist antwoord. In totaal zijn er 50 punten te verdienen en het cijfer wordt bepaald als  $\frac{1}{5} \cdot \text{score}$ .

Gebruik van een formuleblad of rekenmachine is niet toegestaan. De uitslag wordt binnen 13 werkdagen bekendgemaakt. Inzage van het werk is mogelijk vanaf de uitslagdatum bij de balie

van het secretariaat (kamer E3.02).

ZIE OMMEZIJDE!!!

### Opgave 1

Zij  $a, b \in \mathbb{R}$  twee constanten en  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  de functie gegeven door

$$f(x) = \begin{cases} x(x^2 - 1) & \text{als } |x| \leq 1, \\ a(x - 1) & \text{als } x > 1, \\ b(x + 1) & \text{als } x < -1. \end{cases}$$

- (a) Laat zien dat  $f$  continu is voor alle waarden van  $a$  en  $b$ .
- (b) Bepaal de waarden van  $a$  en  $b$  waarvoor  $f$  differentieerbaar op  $\mathbb{R}$  is.
- (c) Geef de definitie van 'oneven functie'. Bepaal het verband tussen  $a$  en  $b$  waaronder  $f$  oneven is.

### Opgave 2

Zij  $g$  de functie gegeven door het voorschrift

$$g(x) = e^{x^3+1}.$$

- (a) Bereken  $g'(x)$  en laat zien dat  $g$  één op één (injectief) is op bijbehorend domein  $D_g$ .
- (b) Bepaal de inverse functie  $g^{-1}$  en het domein van  $g^{-1}$ .
- (c) Laat zien dat de vergelijking

$$e^{x^3+1} = x + 5.$$

één negatieve en één positieve oplossing heeft.

ZIE OMMEZIJDE!!!

### Opgave 3

Zij  $f$  de functie gegeven door het voorschrift

$$f(x) = \ln(x^3) + 4 \ln(2 - x).$$

- (a) Bepaal,  $D_f$ , het domein van  $f$ .
- (b) Bepaal het tekenschema voor de afgeleide en de maximale intervallen waarop  $f$  stijgend danwel dalend is.
- (c) Bepaal het tekenschema voor de tweede afgeleide en de maximale intervallen waarop  $f$  concaaf danwel convex is.
- (d) Bepaal de lineaire benadering van  $f$  rond het punt  $a = 1$ .
- (e) Schets de grafiek van  $f$ . Laat zien de lineaire benadering rond  $a = 1$  in dezelfde schets.

### Opgave 4

Zij  $k$  de functie gegeven door het voorschrift

$$k(x) = \frac{x + 1}{x(x - 2)^2}.$$

- (a) Bepaal  $D_k$ , het domein van  $k$ .
- (b) Laat zien dat  $x = -2$  een kritiek punt van  $k$  is. Bepaal alle kritieke punten van  $k$ .
- (c) Bepaal het globale maximum en het globale minimum van  $k$  op het interval  $[-5, -\frac{1}{2}]$ .

ZIE OMMEZIJDE!!!

### Opgave 5

(a) Bepaal  $\int_e^0 \frac{2x + 1}{2x^2 + 2x + e} dx$ .

(b) Bepaal met partiële integratie  $\int x \cdot \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) dx$ .

### Opgave 6

(a) Laat zien dat de integraal

$$\int_1^\infty \frac{1}{x^2 + 16} dx$$

convergeert. Wat is zijn waarde?

(b) Geef één voorbeeld van een oneigenlijke integraal die divergeert. Laat zien dat de integraal die je hebt bedacht inderdaad niet convergent is.