Lineaire Algebra A — Uitwerking Voortgangstoets 8 december 2006

Opgave 1

$A^{-1} = \begin{pmatrix} -5 & -3 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

Opgave 2

- $B\mathbf{0} = \mathbf{0}$ dus $\mathbf{0} \in S$.
- Als $\boldsymbol{u} \in S$ en $\boldsymbol{v} \in S$ dan is $B\boldsymbol{u} = \mathbf{0}$ en $B\boldsymbol{v} = \mathbf{0}$. Maar dan is ook $B\boldsymbol{u} + B\boldsymbol{v} = \mathbf{0} = B(\boldsymbol{u} + \boldsymbol{v})$ dus $\boldsymbol{u} + \boldsymbol{v} \in S$. S is dus gesloten onder optelling.
- Als $\boldsymbol{u} \in V$ en $c \in \mathbb{R}$ dan is $B\boldsymbol{u} = \mathbf{0}$ dus ook $cB\boldsymbol{u} = \mathbf{0} = B(c\boldsymbol{u})$, dus $c\boldsymbol{u} \in S$. S is dus gesloten onder scalaire vermenigvuldiging.

Opgave 3

(a) $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

(b) $A^2 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = -I$ dus $A^3 = -A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ en $A^4 = I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Omdat $A^{4k+i} = (A^4)^k A^i = I^k A^i = IA^i = A^i$ is dus ook $A^{4k+1} = A$, $A^{4k+2} = -I$, $A^{4k+3} = -A$ en $A^{4k+4} = I$.

Opgave 4

Er geldt:

$$\begin{aligned} CB^2XCBA &= D & \iff \\ B^2XCBA &= C^{-1}D & \iff \\ XCBA &= B^{-2}C^{-1}D & \iff \\ XCB &= B^{-2}C^{-1}DA^{-1} & \iff \\ XC &= B^{-2}C^{-1}DA^{-1}B^{-1} & \iff \\ X &= B^{-2}C^{-1}DA^{-1}B^{-1}C^{-1}. & \end{aligned}$$