Faculteit Economie en Bedrijfskunde

Afdeling Kwantitatieve Economie

Lineaire Algebra A deeltentamen	09.30–11.00	woensdag 17 januari 2007

Gebruik van een formuleblad of rekenmachine is niet toegestaan.

Puntenverdeling: 8,8,4; cijfer $= \dfrac{\text{aantal punten}}{2}$.

De uitslag is uiterlijk bekend op **7 februari 2007**.

Tentameninzage is mogelijk vanaf de uitslagdatum bij de balie van het secretariaat (kamer E3.02).

Vanaf **donderdag 18 januari 2007** zijn de uitwerkingen beschikbaar op Blackboard.

Opgave 1

Gegeven zijn de matrices

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

en

$$B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad .$$

(a) Bereken de inverse van de matrix A.

(b) Bepaal de rang van de matrix B.

(c) Formuleer de Dimensiestelling ('Rank Theorem') en leid daarmee uit (b) af wat de dimensie is van de nulruimte van B.

Opgave 2

Zij A de 2×2 matrix waarvoor geldt dat $A\overrightarrow{x}$ het resultaat is dat we krijgen als we de vector $\overrightarrow{x} \in \mathbb{R}^2$ eerst spiegelen in de verticale as, vervolgens roteren over een hoek van $\frac{2}{3}\pi$ radialen met de klok mee en tenslotte nogmaals roteren over een hoek van $\frac{1}{2}\pi$ radialen tegen de klok in.

(a) Bepaal de matrix A.

(b) Toon aan dat $A^{-1} = A$.

(c) Bepaal voor elk natuurlijk getal k de matrices A^{2k} en A^{2k+1}.

Opgave 3

Zij V een deelruimte van $\mathbb{R}^n$ en zij P de matrix van de orthogonale projectie op V. Zij I de $n \times n$ eenheidsmatrix. Toon aan dat als $\overrightarrow{x} \in \mathrm{Im}(I-P)$, dan $\overrightarrow{x} \in \mathrm{null}(P)$. [*Opmerking*: $\mathrm{Im}(I-P)$ wordt in Poole aangegeven door $\mathrm{col}(I-P)$.]

Einde Tentamen