UNIVERSITEIT VAN AMSTERDAM
Faculteit Economie en Bedrijfskunde
Afdeling Kwantitatieve Economie

Deeltentamen 1 Lineaire Algebra A	vrijdag 5 november 2010	9.00 – 11.00

- Gebruik van een formuleblad of rekenmachine is niet toegestaan.

Opgave 1 (24 punten)

i) Gegeven zijn de lijnen L_1 en L_2 met L_1: $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = t\begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ en L_2: $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} + t\begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$.
Bepaal de afstand tussen L_1 en L_2.

ii) Gegeven zijn de vlakken V_1 en V_2 met V_1: $x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 4$ en V_2: $x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0$.
Bepaal de afstand tussen V_1 en V_2.

iii) Gegeven zijn de lijnen L_1 en L_2 met L_1: $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = t\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ en L_2: $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} + t\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$.
Bepaal de afstand tussen L_1 en L_2. (Hint: bepaal eerst 2 evenwijdige vlakken.)

Opgave 2. (16 punten)

Gegeven is het vlak V door de oorsprong met V: $x_1 + x_2 + 2x_3 = 0$ en de vector $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ -2 \end{bmatrix}$.

i) Bepaal $\mathrm{proj}_V(\mathbf{x})$.

ii) Bepaal $\mathrm{ref}_V(\mathbf{x})$.

iii) Bepaal de spiegeling van $\mathbf{x}$ in de lijn door de oorsprong die loodrecht op het vlak V staat.

Opgave 3. (16 punten)

i) Gegeven is het vlak V in $\mathbb{R}^3$ door de oorsprong met V: $x_1 + x_2 = 0$ en de vector $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$.
Bepaal de matrix S welke behoort bij de loodrechte projectie op het vlak V.

ii) Bepaal de matrix P welke behoort bij de rotatie in $\mathbb{R}^3$ om de z-as over een hoek van 60°.

Opgave 4. **(Multiple choice) (8 punten)**

i) Vectoren $\vec{a}$ en $\vec{b}$ zijn zodanig dat $\|\vec{a}\|=1$, $\|\vec{b}\|=1$ en $\|\vec{a}+\vec{b}\|=1$.

Zij φ de hoek tussen $\vec{a}$ en $\vec{b}$ (in rad). Dan geldt:

(a) $\varphi=\dfrac{\pi}{6}$ (b) $\varphi=\dfrac{\pi}{3}$ (c) $\varphi=\dfrac{\pi}{4}$ (d) $\varphi=\dfrac{2\pi}{3}$

ii) In $\mathbb{R}^2$ zijn gegeven de vectoren $\vec{a}$, $\vec{b}$ en $\vec{c}$ zodanig dat $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{c}$. Dan geldt <u>altijd</u>:

(a) $\vec{a}=\vec{c}$
(b) $\vec{a}$ en $\vec{c}$ liggen op een lijn
(c) $\vec{a}$ en $\vec{c}$ staan loodrecht op elkaar
(d) $\vec{a}-\vec{c}$ staat loodrecht op $\vec{b}$

Opgave 5. **(36 punten)**

Gegeven is de matrix $A=\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ a+1 & -1 & 0 \\ 2 & -a-1 & -1 \end{bmatrix}$ en de vector $\mathbf{y}=\begin{bmatrix} b \\ -2 \\ 1+2b \end{bmatrix}$.

i) Voor welke waarde(n) van a heeft het stelsel vergelijkingen $A\mathbf{x}=\mathbf{0}$ precies 1 oplossing? Geef ook deze oplossing.

ii) Los voor $a = 2$ het stelsel vergelijkingen $A\mathbf{x}=\mathbf{y}$ op. De oplossing dient uitgedrukt te worden in b.

iii) Bepaal voor welke waarde(n) van a en b het stelsel vergelijkingen $A\mathbf{x}=\mathbf{y}$ oneindig veel oplossingen heeft en bepaal deze oplossingen.

iv) Neem $a = -1$. Als een willekeurige vector $\mathbf{x}$ wordt afgebeeld op de vector $\mathbf{z}$, bepaal de matrix B waarvoor geldt dat $B\mathbf{z}=\mathbf{x}$.