



UNIVERSITEIT VAN AMSTERDAM
Faculteit Economie en Bedrijfskunde
Afdeling Kwantitatieve Economie

Voortgangstoets Lineaire Algebra A

vrijdag 3 december 2010

11.00-12.00

Gebruik van een formuleblad of grafische rekenmachine is niet toegestaan.

Neem bij deze voortgangstoets $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Opgave 1. (10 punten)

Twee matrices A en B commuteren wanneer $AB = BA$. Vind alle matrices die commuteren met de matrix $\begin{pmatrix} 0 & -4 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$.

Opgave 2. (30 punten)

Gegeven is de matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -1 & 3 & -2 \\ 4 & 6 & -1 \end{pmatrix}$ en de vectoren $\vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ -12 \end{pmatrix}$ en $\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$.

- Bepaal $\text{Ker}(A)$.
- Bepaal een basis van vectoren die $\text{im}(A)$ opspannen.
- Los het stelsel $A \cdot \vec{x} = \vec{b}$ op. Wat heeft het antwoord te maken met het antwoord op de vragen a) en b)?

Opgave 3. (30 punten)

Gegeven is de matrix: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & a & 3 \\ -2 & 0 & a \end{pmatrix}$

- Neem $a = -2$. Vind een matrix A zodanig dat $\text{im}(B) = \text{Ker}(A)$.
- Noem de kolomvectoren van de matrix B \vec{v}_1 , \vec{v}_2 en \vec{v}_3 . Voor welke waarde(n) van a zijn \vec{v}_1 , \vec{v}_2 en \vec{v}_3 afhankelijk? Geef voor die waarde(n) van a een niet-triviale relatie tussen \vec{v}_1 , \vec{v}_2 en \vec{v}_3 .
- Bereken de inverse matrix B^{-1} van B voor $a = 0$.

Opgave 4. (10 punten)

Gegeven is de matrix: $A = \begin{pmatrix} 0,9 & 0,2 \\ 0,1 & 0,8 \end{pmatrix}$. Voor welke waarde(n) van λ is de matrix $A - \lambda I_2$ niet inverteerbaar?

Opgave 5. (10 punten)

De inverse Leontief matrix van de input-output economie van een land X wordt gegeven door: $(I_2 - A)^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ \frac{5}{4} & \frac{5}{2} \end{pmatrix}$, met

A de matrix van technische coëfficiënten.

Bereken de matrix A van technische coëfficiënten.