



UNIVERSITEIT VAN AMSTERDAM
Faculteit Economie en Bedrijfskunde
Afdeling Kwantitatieve Economie

Voortgangstoets Lineaire Algebra A vrijdag 1 oktober 2010

- Gebruik van een formuleblad of rekenmachine is niet toegestaan.

Opgave 1 (35 punten)

Meerkeuzevragen. Bij sommige vragen staat het goede antwoord er niet bij en moet in dat geval het juiste antwoord gegeven worden bij e).

i) Gegeven zijn de vectoren $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{bmatrix}$ en $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$. Bereken $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$.

- a) $\begin{bmatrix} -4 \\ -3 \\ -8 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}$ c) 4 d) 0 e) Anders, nl ...

ii) Gegeven zijn de vectoren $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ en $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ met ϕ de hoek tussen \mathbf{u} en \mathbf{v} . Bereken $\sin \phi$.

- a) 0 b) 2/3 c) 4/9 d) 8/9 e) Anders, nl ...

iii) Gegeven zijn de vectoren $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ en $\mathbf{w} = \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix}$.

Schrijf \mathbf{w} als lineaire combinatie van \mathbf{u} en \mathbf{v} .

- a) $\mathbf{w} = \mathbf{u} + \mathbf{v}$ b) $\mathbf{w} = \mathbf{u} - \mathbf{v}$ c) $\mathbf{w} = -2\mathbf{u} + 3\mathbf{v}$ d) $\mathbf{w} = 4\mathbf{u} - 2\mathbf{v}$ e) Anders, nl ...

iv) Gegeven zijn de vectoren $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{bmatrix}$ en $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$. Bereken $d(\mathbf{u}, \mathbf{v})$.

- a) $\sqrt{2}$ b) $2\sqrt{2}$ c) $3\sqrt{2}$ d) 18 e) Anders, nl ...

v) Gegeven zijn de vectoren $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ en $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$. Er geldt $\text{proj}_{\mathbf{u}}(\mathbf{v}) = a \mathbf{u}$. Bepaal a .

- a) 1 b) 1/5 c) 5 d) 1/2 e) Anders, nl ...

- vi) Bekijk de volgende 2 uitspraken:
 A: Er bestaat een (3×4) -matrix met rang 4.
 B: Een stelsel met 4 lineaire vergelijkingen en 3 onbekenden is altijd inconsistent.
 a) Beide zijn onjuist b) A is waar c) B is waar d) Beide zijn juist.
- vii) Gegeven is een lineair stelsel met coëfficiëntenmatrix A , waarbij een A een $(n \times m)$ matrix is. Welke uitspraak is niet waar?
 a) De rang van A is altijd kleiner of gelijk aan n en kleiner of gelijk aan m .
 b) Als de rang van A gelijk is aan n dan is het stelsel consistent.
 c) Als de rang van A gelijk is aan m dan heeft het stelsel hoogstens 1 oplossing.
 d) Als de rang van A kleiner is dan m dan heeft het stelsel of veel oplossingen of precies 1 oplossing.
 e) Anders, nl alle 4 de uitspraken zijn waar.

Opgave 2. (25 punten)

Gegeven is het lineaire stelsel
$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ x + 3y + 4z = 3 \\ x + 4y + hz = h \end{cases}.$$

- i) Geef aan voor welke waarden van h er geen, één of oneindig veel oplossingen zijn.
 ii) Voor de waarde van h waarvoor er oneindig veel oplossingen zijn, geef de vectorvorm van de oplossingsruimte.

- iii) Voor de waarde van h waarvoor er oneindig veel oplossingen zijn, schrijf op twee manieren $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ h \end{bmatrix}$ als lineaire combinatie van de kolomvectoren van de coëfficiëntenmatrix.

Opgave 3. (40 punten)

Gegeven zijn drie punten $A = (1, 1, 1)$, $B = (2, -1, 3)$ en $C = (4, -2, k)$.

- i) Geef de normaalvorm van het vlak V waarin de punten A , B en C liggen.
 ii) Voor welke waarde(n) van k ligt de oorsprong $O = (0, 0, 0)$ in dit vlak? Noem dit vlak V_1 .
 iii) Voor welke waarde(n) van k ligt het punt $D = (2, 0, 0)$ in dit vlak? Noem dit vlak V_2 .
 iv) Welke punten liggen zowel in het vlak V_1 als in het vlak V_2 ?