Wiskunde AEO III
Proeftentamen, 2004.

Dit tentamen bestaat uit ... opgaven. *Wees precies. Vermeld welke stellingen je gebruikt, en verifieer van elke stelling die je gebruikt eerst de veronderstellingen. Een antwoord is* **geheel fout** *als er geen argumenten worden gegeven. Voorbeelden of tekeningen gelden* **niet** *als argumenten. Elke deelvraag (***a, b, c, ...***) levert, juist beantwoord, 5 punten op, tenzij iets anders wordt vermeld. Gemaakte tentamens kunnen worden ingezien ...*

Als op één van beide onderdelen (analyse en lineaire algebra) minder dan 20 punten worden gescoord, dan is het eindresultaat zeker onvoldoende!

Onderdeel 2: analyse

1 **a** Bereken

$$\int_{\mathrm{e}}^{\infty} \frac{1}{x(\ln x)^2}\,\mathrm{d}x.$$

b Bereken

$$\int \frac{x}{x^4-1}\,\mathrm{d}x.$$

c *(10 punten)* Bereken het oppervlak dat begrensd wordt door de lijn $x = 2$ en de hyperbool $x^2 - y^2 = 1$.

2 **a** Convergent of divergent? Bewijs je antwoord:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{\ln(n+1)}.$$

b Bewijs met de integraaltest dat de volgende reeks convergeert:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^2}.$$

c Bepaal de convergentiestraal van de volgende reeks met de worteltest:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^n}{n+1} x^{2n}.$$

d Geef het derde orde Taylorpolynoom van $f(x) = x^5$ rond $x = 1$. Geef hiermee een benadering van $(1.01)^5$. Bepaal met de formule voor de restterm de nauwkeurigheid van deze benadering.

3 **a** Als $z = 1 + \mathrm{i}$, bepaal r en ϑ zodanig dat $z = r\mathrm{e}^{\mathrm{i}\vartheta}$. Bereken z^{10} en $1/z^5$.

b Als $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ een continu differentieerbare functie is, waarvoor geldt dat $f(0) = 1$ en

$$f'(x) = -x f(x)$$

voor alle $x \in \mathbb{R}$, bereken $f(1)$.